

COMPENSATION DES NON-LINÉARITÉS DES SYSTÈMES HAUT-PARLEURS À PAVILLON

THÈSE N° 3317 (2005)

PRÉSENTÉE À LA FACULTÉ SCIENCES ET TECHNIQUES DE L'INGÉNIEUR

Institut de transmissions, ondes et photonique

SECTION DE GÉNIE ÉLECTRIQUE ET ÉLECTRONIQUE

ÉCOLE POLYTECHNIQUE FÉDÉRALE DE LAUSANNE

POUR L'OBTENTION DU GRADE DE DOCTEUR ÈS SCIENCES

PAR

Delphine BARD

Bachelor of Engineering (Honourous), Université of Wales, Royaume-Uni
et de nationalité française

acceptée sur proposition du jury:

Prof. M. Rossi, directeur de thèse
Prof. J.-C. Béra, rapporteur
Dr M. Melon, rapporteur
Prof. J.-P. Thiran, rapporteur

Lausanne, EPFL
2005

Compensation des non-linéarités des systèmes haut-parleurs à pavillon

Delphine BARD

30 août 2005

“Le véritable voyage de découverte ne consiste pas à chercher de nouveaux paysages, mais à avoir de nouveaux yeux.” **M. Proust.**

Version abrégée

On sait que les hypothèses de linéarité et d'autonomie de la théorie des circuits sont plus ou moins bien respectées par les transducteurs électroacoustiques. En particulier, les non-linéarités des systèmes haut-parleurs limitent leur dynamique d'utilisation en raison des effets audibles qui en résultent. Dans le domaine du contrôle actif du bruit, les produits de distorsion limitent les performances de réduction de bruit. Ces constats sont à l'origine de cette thèse. La finalité de l'entreprise est la réalisation d'un système de compensation des non-linéarités d'un dispositif électroacoustique en temps réel.

La première partie est consacrée à la caractérisation des effets des non-linéarités. On démontre que la caractérisation d'un dispositif électroacoustique par les méthodes classiques (distorsion harmonique, intermodulation, différence, etc.) a des limites et ne permet pas de déterminer les lois de non-linéarité, mais uniquement leurs effets pour des excitations arbitraires. Pour suppléer à ces carences, on a d'abord proposé une méthode à multitons harmoniques. Cette méthode a été validée puis appliquée à la caractérisation de prototypes de haut-parleurs pour différentes technologies, destinés au contrôle actif du bruit dans la nacelle d'un turboréacteur.

L'objectif de la seconde partie de cette thèse est d'élaborer, tester et mettre en œuvre une méthode de compensation des effets de non-linéarités. Cette méthode utilise la description d'une non-linéarité et de ses effets par une série de Volterra. Le principe général de la compensation est de disposer, en amont du système haut-parleur, un système présentant la non-linéarité inverse. Connaissant les noyaux de Volterra du système à compenser, on détermine ceux du système de compensation, de manière à ce que leur cascade soit un système linéaire. Cette méthode exige que l'on connaisse avec précision les noyaux de Volterra du système haut-parleur à compenser. On a donc mis au point, validé puis appliqué une méthode de mesure des noyaux de Volterra dans le domaine fréquentiel. S'agissant de haut-parleurs à pavillons, on a fait intervenir une correction de temps de vol. La méthode de compensation a été validée par simulations : les signaux numériques de test ont été traités par une simulation du circuit de compensation ; ensuite, les signaux analogiques correspondants ont été appliqués au haut-parleur. Les performances mesurées correspondent aux prévisions.

Dans la dernière partie, la méthode de compensation a été implantée dans un contrôleur en temps réel (DSP), ce qui a permis la réalisation d'un démonstrateur en vue des applications industrielles.

Abstract

The assumptions of linearity and autonomy assumed in circuit theory are known to be respected only partially by electroacoustic transducers. In particular, the dynamics range of the latter is limited by the audible nonlinear effects that they are causing. In the domain of active noise control, the distortion products limit noise reduction performance. The present thesis work stems from characterization of these observations. We want to design a real-time system compensating the nonlinearities of electroacoustic devices.

The first part of this report concerns the nonlinearity effects. It is shown that the use of classical characterization methods of an electroacoustic device (harmonic distortion, intermodulation, frequency difference ...) is limited. Hence, they can not be used to determine the nonlinearity laws themselves, but rather only their effects for arbitrary excitations. First, a method based on multitone harmonic excitations has been proposed and validated. It has been applied for the characterization of loudspeaker prototypes using several different technologies, which are used for active noise reduction in an aircraft turboreactor.

The second part of this work addresses the elaboration and validation of a nonlinearity effect compensation method. This method is based on the description of the nonlinearities by the Volterra series. For this, we need to place an upstream system, characterized by the inverse nonlinearity law of the loudspeaker system. After having determined precisely the Volterra kernels of the system to be characterized, the kernels of the upstream compensation system are determined by assuming that their cascade obeys to a linear law. For this purpose, a kernel measurement method in the frequency domain has been developed, validated and tested. Since we are concerned with loudspeakers, we took their flying time into account. The compensation method has been validated by computing the simulated response of the compensation circuit. Resulting analog signals have then been applied to the loudspeaker. Measured performances fulfill the expectations.

In the last part, the compensation method has been applied in a real-time Digital Signal Processing) DSP controller, which allowed to realize a demonstrator to the implemented for future industrial applications.

Remerciements

Je tiens à remercier le Secrétariat à l'éducation et à la Recherche (SER) pour avoir soutenu ma thèse dans le cadre du projet européen Growth Aeronautics.

Je remercie également la Commission Technologie et Innovation (CTI) pour avoir soutenu la collaboration industrielle avec SWISSPHONICS SA pour le développement d'un démonstrateur en temps réel.

Au professeur Mario Rossi, qui m'a accordé sa confiance, m'a donné les moyens de mener à bien mes recherches et m'a guidée par ses remarques judicieuses, j'adresse un remerciement tout particulier.

Sincères remerciements au professeur Juan Mosig pour m'avoir accueillie dans son laboratoire et soutenue dans toutes mes démarches.

Je souhaite aussi exprimer toute ma gratitude aux membres du jury pouvoir avoir eu la patience de lire, commenter et apprécier mon travail.

Merci à Danielle pour les relectures et les longues séances de correction à deux et à quatre mains.

Toute ma reconnaissance à Michael pour les discussions souvent houleuses mais toujours constructives sur mon travail et pour son soutien sur les plans scientifique, informatique ...et moral!

Merci aussi à tous les joyeux drilles du LEMA, avec notamment, et dans le désordre, Roro, dont les réalisations m'ont permis de réaliser de bonnes mesures, Pierre-Jean, qui a le mérite de m'avoir supportée au quotidien, Xavier, pour les virées sur le lac, Hervé, Thomas, ...sans oublier cette bonne vieille machine à café, qui ne m'a pas lâchée quand j'avais besoin d'elle! Je n'oublie pas non plus la joyeuse et cosmopolite bande HF, Katarina, Ivica, Pedro,

J'aimerais dire merci à mes Genevoises adorées pour être toujours là. A Hélène, qui depuis Wrexham, est toujours là par beau et mauvais temps. A Kem, merci d'être toi-même. A Bâb, merci de tout cœur.

Un Merci à Haemie de m'avoir montré qu'il y avait un "dehors".

Merci à tous d'avoir cru en moi et de m'avoir aidé à tenir bon, et toutes mes excuses à

Remerciements

ceux que j'oublie de citer.

Enfin, last but not least, merci à l'homme de ma vie, Mattéo, pour la fierté envers sa "Môman" que je peux lire à chaque instant dans ses yeux.

Table des matières

Version abrégée	v
Abstract	vii
Remerciements	ix
Glossaire	xxiii
1 Introduction	1
1.1 Structure de la thèse	4
2 Définitions	5
2.1 Conformité	5
2.1.1 Retard de groupe	7
2.2 Non-conformité	8
2.2.1 Non-conformité d'amplitude et de phase	9
3 Non-conformités non linéaires	11
3.1 But	11
3.2 Exemple de dispositif non linéaire	11
3.3 Excitation sinusoïdale	13
3.3.1 Définition de l'excitation	13
3.3.2 Calculs	13
3.3.3 Spectre de la réponse	14
3.3.4 Taux de distorsion harmonique	15
3.4 Excitation somme de deux sinusoïdes	16
3.4.1 Définition de l'excitation	16
3.4.2 Spectre de la réponse	16
3.5 Excitation somme de deux sinusoïdes de fréquences proches	17
3.5.1 Définition	17
3.5.2 Spectre de la réponse	17
3.6 Excitation harmonique	17
3.6.1 Définition	17
3.6.2 Formes d'onde	18
3.6.3 Analyse spectrale	20
3.7 Exemple de dispositif non conforme	21
3.7.1 Description	21
	xi

Table des matières

3.8	Excitation sinusoïdale	23
3.9	Excitation somme de deux sinusoïdes	23
3.9.1	Spectre de la réponse	23
3.10	Excitation somme de deux sinusoïdes de fréquences proches	24
3.10.1	Spectre de la réponse	24
3.11	Excitation harmonique	24
4	Caractérisation expérimentale des effets des non-linéarités de haut-parleurs	27
4.1	Introduction	27
4.2	Méthodes expérimentales	27
4.2.1	Excitation harmonique : spécifications	27
4.2.2	Étage d'amplification	28
4.3	Analyse comparative	28
4.3.1	Distorsion non linéaire	28
4.3.2	Formes d'ondes	30
4.4	Courbes de Lissajous	30
4.5	Calage temporel	33
4.6	Résultats de caractérisations pour différentes technologies de haut-parleurs .	34
4.7	Conclusion	41
5	Les séries de Volterra	43
5.1	Introduction	43
5.2	Conditions à l'utilisation des séries de Volterra	43
5.3	Séries de Volterra dans le domaine temporel	43
5.3.1	Définition	43
5.3.2	Noyaux dans le domaine temporel	44
5.4	Séries de Volterra dans le domaine fréquentiel	45
5.4.1	Définition	45
5.4.2	Noyaux dans le domaine fréquentiel	46
5.5	Exemple d'application dans le domaine temporel	48
5.6	Exemple d'application dans le domaine fréquentiel	50
5.6.1	Calcul de la distorsion harmonique	51
5.6.2	Calculs de la distorsion par produits d'intermodulation	51
6	Caractérisation expérimentale des non-linéarités à l'aide des noyaux de Volterra	57
6.1	Introduction	57
6.2	Méthode de mesurage des noyaux de Volterra	58
6.2.1	Descriptif	58
6.2.2	Gestion par le programme	58
6.2.3	Format PCM.Wav	59
6.3	Excitation spécifique à la mesure des noyaux de Volterra	59
6.3.1	Nombre de composantes	60
6.3.2	Répartition fréquentielle	62
6.3.3	Choix des amplitudes relatives	63

6.3.4	Choix des décalages	64
6.3.5	Discretisation temporelle	64
6.3.6	Définition de l'excitation	65
6.4	Analyse des réponses mesurées	65
6.4.1	Exemple	65
6.4.2	Identification des composantes	66
6.5	Extraction des noyaux dans le domaine fréquentiel	67
6.6	Méthodologie du programme	67
6.6.1	Génération des excitations	67
6.6.2	Analyse des fichiers de mesure	68
6.7	Validation de la méthode de mesurage	68
6.7.1	Noyau d'ordre 1, $\underline{H}_1(j\omega_1)$	69
6.7.2	Noyau d'ordre 2, $\underline{H}_2(j\omega_1, j\omega_2)$	69
6.7.3	Noyau d'ordre 3, $\underline{H}_3(j\omega_1, j\omega_2, j\omega_3)$	69
6.8	Application à un haut-parleur à pavillon	71
6.9	Conclusion	72
7	Compensation des non-linéarités	75
7.1	Introduction	75
7.2	Conditions expérimentales	75
7.3	Détermination du temps de vol	76
7.4	Inversion des noyaux	78
7.5	Évaluation des noyaux inverses à une fréquence quelconque	80
7.6	Traitement par les noyaux inverses	81
7.6.1	Traitement par le noyau inverse d'ordre 1	81
7.6.2	Traitement par les noyaux inverses d'ordre $n > 1$	81
7.7	Bande de fréquence utile	81
7.8	Choix du nombre de noyaux	82
7.8.1	Temps de calcul	82
7.8.2	Influence du noyaux d'ordre 4	84
7.9	Répétabilité de la mesure des noyaux de Volterra	84
7.9.1	Influence de l'échauffement de la bobine mobile du driver	84
7.10	Résultats de la compensation	86
7.10.1	Expérimentation	88
7.10.2	Analyse des résultats	88
7.11	Application : mesure de microphones prototypes	90
7.11.1	Mesure de produits d'intermodulation de microphones	91
7.12	Conclusion	94
8	Compensation en temps réel	95
8.1	Problématique	95
8.2	Matériel	96
8.3	Caractéristiques de la carte DSP	96
8.4	Temps réel	96

Table des matières

8.5	Domaine fréquentiel ou temporel ?	97
8.6	Temps de traitement	99
8.7	Limitations	100
8.8	Programmation	101
8.8.1	Découpage en trames	101
8.8.2	FFT	102
8.8.3	Optimisation d'algorithme	103
8.8.4	Coefficients des noyaux inverses \mathbb{C}	103
8.8.5	Compensation spectrale	104
8.9	Choix optimal des coefficients	105
8.9.1	Incertitudes sur les coefficients	107
8.9.2	Charge CPU	108
8.10	Interpolation	109
8.10.1	Interpolation linéaire des noyaux	111
8.10.2	Interpolation dans l'espace à deux dimensions (f_1, f_2)	112
8.10.3	Interpolation dans l'espace à trois dimensions (f_1, f_2, f_3)	113
8.11	Résultats de la compensation en temps réel	113
8.12	Améliorations matérielles et exigences	115
8.12.1	Capacités des mémoires	115
8.12.2	Vitesse de calcul	117
8.13	Cahier des charges d'un DSP plus performant	117
8.13.1	Proposition	118
9	Conclusion et perspectives	121
A	Banc de mesure	125
A.1	Configuration matérielle de base	125
A.2	Configuration logicielle	125
A.3	Banc de mesure relatif à la caractérisation	126
A.4	Banc de mesure des noyaux de Volterra	127
A.5	Banc de mesure de la compensation	127
B	Séries de Volterra de deux systèmes en cascade	129
C	Répétabilité de la mesure des noyaux de Volterra	133
D	Validation des outils logiciels	135
D.1	Simulation	135
D.1.1	Excitations	135
D.1.2	Modélisation d'une non-linéarité par un modèle mathématique	135
D.1.3	Implémentation	136
D.2	Vérification de la caractérisation	136
D.2.1	Vérification de la méthode de compensation	136
E	Interpolation	139

F Tableaux de mesures de la distorsion harmonique totale	143
F.1 Mesure du THD en fonction du nombre de noyaux	143
F.2 Taux de distorsion de l'amplificateur QUAD 50E	143
Bibliographie	145
Publications de l'auteur	153

Table des figures

1.1	Illustration des différences de spectres entre l'excitation et la réponse.	2
1.2	Schéma-bloc du principe de la caractérisation des non-linéarités.	3
1.3	Schéma-bloc du principe de la compensation des non-linéarités pour un système haut-parleur.	4
2.1	Système conforme.	5
2.2	Courbe de Lissajous.	6
2.3	Filtre passe-bas du 1 ^{er} ordre.	7
2.4	Illustration du retard de groupe.	8
2.5	Illustration de la non-conformité d'amplitude (a et b) et de phase (c et d).	9
3.1	Système non linéaire.	12
3.2	Loi de non-linéarité $r(e)$ et loi linéaire en référence.	12
3.3	Excitation (pointillé) définie par l'équation 3.7 et réponse (trait continu) du système non linéaire pour $E = 0.424$ et $E = 0.566$	14
3.4	Spectres de la réponse à une sinusoïde simple pour les deux niveaux d'excitation.	15
3.5	Spectres de la réponse à une somme de deux sinus de fréquences distinctes (harmoniques 1 et 20) pour les deux niveaux d'excitation.	17
3.6	Spectres de la réponse à une somme de deux sinus de fréquences proches (harmoniques 10 et 11) pour les deux niveaux d'excitation.	18
3.7	Excitation et réponse du système avec 16 harmoniques pour $E = 0.42$ et $E = 0.56$	19
3.8	Excitation et réponse du système avec les harmoniques 4 à 16 pour $E = 0.42$ et $E = 0.56$	19
3.9	Spectre de réponse harmonique pour $E=0.424$ et $E=0.566$. La zone hachurée schématise la présence des composantes 1 à 16 dans l'excitation.	20
3.10	Spectre de la réponse harmonique pour $E=0.424$ et $E=0.566$. La zone hachurée schématise la présence des composantes 4 à 16 dans l'excitation.	21
3.11	Système non conforme.	21
3.12	Réponse du filtre passe-bas.	22
3.13	Spectre de la distorsion harmonique avec et sans filtre passe-bas.	23
3.14	Spectre de la réponse par distorsion d'intermodulation, avec et sans filtre passe-bas en sortie.	24
3.15	Spectre de la distorsion par différence de fréquence, avec et sans filtre passe-bas en sortie.	25

Table des figures

3.16	Spectre de la réponse, avec et sans filtre passe-bas. La zone hachurée schématise la présence des composantes 4 à 16 dans l'excitation.	25
3.17	Forme d'onde de la réponse, avec et sans filtre passe-bas.	26
4.1	Excitation harmonique utilisée pour la campagne de mesurage.	28
4.2	Comparaison de l'allure des formes d'ondes de la réponse à la sortie de l'étage d'amplification pour les niveaux d'excitation L_h et L_b	29
4.3	Mise en évidence du comportement non linéaire d'un haut-parleur électrodynamique pour un niveau d'excitation haut L_h et bas L_b	29
4.4	Spectres en pression des réponses pour des niveaux d'excitation L_h et L_b	31
4.5	Différence des spectres en pression des réponses pour des niveaux d'excitation L_h et L_b , moins la différence des niveaux d'excitation.	31
4.6	Comparaison des formes d'ondes de l'excitation et de la réponse d'un haut-parleur électrodynamique.	32
4.7	Illustration par courbe de Lissajous du comportement d'un haut-parleur électrodynamique soumis à une excitation harmonique.	32
4.8	Comparaison des allures des courbes de Lissajous pour les niveaux d'excitation L_h et L_b	33
4.9	Définition du calage temporel des formes d'ondes.	34
4.10	Calages temporels par rapport à une période du fondamental de 143 Hz, pour un niveau d'excitation haut et bas.	35
4.11	Différence des calages temporels ou décalages temporels de la figure 4.10 par rapport à une période du fondamental de 143 Hz, pour un niveau haut et bas d'excitation.	35
4.12	Spectres en pression des réponses des haut-parleurs de différentes technologies pour deux niveaux d'excitation de la figure 4.12(a)	36
4.13	Différence des spectres de la figure 4.12 de pression des réponses pour deux niveaux d'excitations moins 20dB, pour différentes technologies de haut-parleurs.	37
4.14	Calage temporel des spectres de la figure 4.13 en pression des réponses, pour un niveau d'excitation haut et bas, pour différentes technologies de haut-parleurs.	38
4.15	Différence des calages temporels de la figure 4.14, pour les spectres de pression des réponses.	39
4.16	Représentation, sous la forme de courbes de Lissajous, du comportement de différents haut-parleurs, pour un niveau d'excitation haut et bas.	40
5.1	Système représenté par les séries de Volterra.	44
5.2	Système non linéaire décomposé en noyaux de Volterra fréquentiels.	47
5.3	Circuit électronique équivalent à un amplificateur opérationnel réel, choisi comme exemple à étudier à l'aide des séries de Volterra.	47
5.4	Schéma-bloc de l'exemple traité.	48

5.5	Représentation graphique de la fonction <i>sinus</i> par laquelle est modélisé le comportement non linéaire de l'exemple de l'amplificateur opérationnel non idéal.	48
5.6	Schéma-bloc, dans le domaine fréquentiel, de l'exemple traité.	50
5.7	Produit d'intermodulation $I_{1,2}$ et $I_{-1,-2}$	54
5.8	Produit d'intermodulation $I_{-1,2}$ et $I_{1,-2}$	54
5.9	Produit d'intermodulation $I_{2,1}$ et $I_{-2,-1}$	55
5.10	Produit d'intermodulation $I_{2,-1}$ et $I_{-2,1}$	55
6.1	Système électroacoustique à caractériser.	57
6.2	Génération des excitations.	58
6.3	Analyse des résultats et extraction des noyaux.	58
6.4	Détermination des noyaux de Volterra.	59
6.5	Evolution du nombre de points mesurés, en fonction du nombre de composantes, pour les ordres 1 à 4.	60
6.6	Temps de calcul en fonction du nombre de composantes, pour les ordres 1, 2 et 3.	61
6.7	Dispersion de la valeur des noyaux d'ordre 1 à 3 en fonction du nombre de composantes de l'excitation.	62
6.8	Noyau d'ordre 1 issu des mesures de l'AOP.	69
6.9	Noyau d'ordre 2 issu des mesures de l'AOP.	70
6.10	Noyau d'ordre 3 issu des mesures de l'AOP.	70
6.11	Haut-parleur à pavillon et microphone de mesure utilisés pour les mesures des noyaux, installés dans une chambre anéchoïque.	71
6.12	Banc de mesure de la campagne de mesurage pour l'acquisition des noyaux de Volterra.	72
6.13	Noyaux de Volterra d'ordre 1 en amplitude et phase, pour haut-parleur à pavillon.	73
6.14	Noyaux de Volterra d'ordre 2 en amplitude et phase.	73
6.15	Noyaux de Volterra d'ordre 3 en amplitude et phase.	73
7.1	Schéma-bloc de la méthode de compensation.	75
7.2	Concordance entre simulation et mesure, en fonction du temps de vol choisi : cas d'une distance de 27 cm.	77
7.3	Evolution du temps de vol, en fonction de la fréquence, pour un système à pavillon MONACOR MRH-650 avec un driver MONACOR 480.	77
7.4	Combinaison de deux systèmes en cascade.	78
7.5	Courbe de réponse du haut-parleur testé et son inverse. La bande utile y est indiquée ainsi que le résultat de la compensation.	82
7.6	Temps de mesure en minute, en fonction de la densité de points de mesure. La dépendance en fonction de n est linéaire pour l'ordre 1, et varie en n^2 , n^3 et n^4 pour les ordres 2, 3 et 4.	83
7.7	Comportement de la THD en fonction du nombre de noyaux utilisés.	85
7.8	Illustration de la non-autonomie de $H_1(j\omega)$ d'un haut-parleur à pavillon.	86

Table des figures

7.9	Mesures ponctuelles du noyau de Volterra d'ordre 1 de 400 Hz à 5000 Hz. . .	87
7.10	Mesures du noyau de Volterra d'ordre 1 après 2 heures puis 9 heures de 400 Hz à 5000 Hz.	87
7.11	Taux de distorsion harmonique mesuré en fonction de la tension appliquée. .	89
7.12	Taux de distorsion harmonique en fonction de la tension d'excitation, pour des excitations de 500 Hz, 1000 Hz, 2000Hz et 4000 Hz, sans puis avec compensation.	90
7.13	Schéma de la mesure de distorsion d'intermodulation.	91
7.14	Pavillon MONACOR MRD-480N/VC avec son driver MRD-480/VC.	92
7.15	Dispositif expérimental pour les mesures de produits d'intermodulation de prototype de microphone.	92
7.16	Produits d'intermodulation mesurés pour un microphone de référence BK 4165 et un microphone prototype.	93
8.1	Schéma fonctionnel du démonstrateur à réaliser.	95
8.2	Organigrammes des compensations dans les domaines fréquentiel et temporel.	98
8.3	Schéma fonctionnel de l'organisation du calcul.	99
8.4	Technique des double buffers, dite "Ping-Pong".	101
8.5	Technique d'entrelacement des buffers, dite "add-overlap".	104
8.6	Représentation graphique du nombre de coefficients utilisés.	105
8.7	Compensation par les noyaux inverses, telle qu'elle est implémentée pour le traitement en temps réel dans le domaine fréquentiel.	106
8.8	Courbe de charge du CPU du DSP en fonction du nombre total de coefficient en mode FLOAT.	108
8.9	Charge du CPU en fonction du nombre de coefficients N_2 et de N_3 . Lorsque l'un des paramètres varie, l'autre reste fixe. Les différentes droites corres- pondent aux différentes combinaisons.	110
8.10	La charge CPU mesurée (échelle de gauche) pour les différentes combinaisons de coefficients testées est représentée conjointement avec le nombre cumulé de coefficients (échelle de droite) aux ordres 1, 2 et 3. La zone hachurée au haut de la courbe représente la zone de charge CPU pour laquelle le fonctionnement correct de l'algorithme de compensation n'est plus assuré, car le DSP est proche de la saturation.	110
8.11	Corrélation entre le modèle et les mesures de la charge du CPU en fonction du nombre de coefficients N_2 et N_3	111
8.12	Charge CPU en fonction du nombre N_r de canaux de la FFT pris en compte pour les ordres 2 et 3.	112
8.13	Schéma de montage du démonstrateur en vue de mesurer ces performances.	114
8.14	Résultats de la compensation en temps réel à quelques fréquences. Com- paraison avec les mesures de THD sans puis avec compensation, en temps différé et en temps réel.	114
8.15	Taux de distorsion harmonique d'ordre 2, 3 et total, pour une excitation par pas de 100 Hz de 1960 Hz à 2900 Hz en temps réel, sans puis avec compensation.	115

8.16	Produits de distorsion pour une excitation de deux composantes de 2200 Hz et 2750 Hz.	116
8.17	Produits de distorsion pour une excitation de deux composantes de 2200 Hz et 2770 Hz.	116
8.18	Proposition d'une architecture optimale pour l'implémentation de la méthode de compensation.	118
A.1	Schéma de principe de la campagne de mesure pour la caractérisation des non-linéarités.	126
A.2	Dispositif de mesure des courbes de réponse en amplitude et en phase. . . .	127
A.3	Schéma de principe du dispositif expérimental de la campagne de mesure pour l'acquisition des noyaux de Volterra.	128
A.4	Schéma de principe du dispositif expérimental de la mesure de compensation des non-linéarités.	128
B.1	Système représenté par les séries de Volterra.	129
C.1	Résultats intermédiaires des mesures de noyaux présentés dans la section 7.9	133
E.1	Subdivision du plan en régions de Dirichlet correspondant aux points de mesure et triangulation de Delaunay.	140
E.2	Détermination de l'amplitude $H_2(f_{1,M}, f_{2,M})$ d'un point M appartenant au triangle ABC . La valeur du noyau a été mesurée aux points A , B et C . . .	141
F.1	Schéma du dispositif expérimental des mesures de THD de l'amplificateur QUAD 50E	144

Glossaire

$1(t)$	Échelon unité	-
a_l	Trame audio	-
A	Matrice de Vandermonde	-
A^{-1}	Inverse de la matrice de Vandermonde	-
A_n	Association en cascade des noyaux de Volterra	-
B	Bande passante	Hz
c	Célérité	m/s
d	Distance entre source et microphone	m
$D_n(\hat{E}, \omega)$	Distorsion harmonique d'ordre n calculée à partir des H_n	%
d_n	Taux de distorsion harmonique d'ordre n	%
d_t	Taux de distorsion harmonique totale	%
e	Excitation en valeur instantanée	-
e_l	Trame audio	-
E	Valeur efficace de l'excitation	-
\hat{E}	Valeur de crête de l'excitation	-
\underline{E}_k	Valeurs complexes de \underline{SC}	-
f	Fréquence	Hz
f_{ech}	Fréquence d'échantillonnage	Hz
f_f	Fréquence de coupure	Hz
G	Gain	dB
h_n	Noyau de Volterra temporel	-
$\underline{H}(j\omega)$	Fonction de transfert	-
\underline{H}_n	Noyau de Volterra fréquentiel	-
$I_{k,l}$	Produit d'intermodulation calculé à partir des \underline{H}_n	-
j	Symbole complexe pour les nombres imaginaires ($j^2 = -1$)	-
k	Rang de la raie	-
\underline{K}_n	Noyau de Volterra fréquentiel inverse de \underline{H}_n	-
L_b	Niveau d'excitation bas	P_a
L_h	Niveau d'excitation haut	P_a
n	Rang de l'échantillon	-
N	Opérateur causal non linéaire	-
N_{ech}	Nombre d'échantillons	-
P	Polynôme	-
P_{th}	Puissance d'entrée nominale limitée thermiquement	W
$P_{e\xi}$	Puissance d'entrée limitée par l'élongation	W

Glossaire

r	Réponse en valeur instantanée.....	-
$r(e)$	Loi de non-linéarité.....	-
R	Valeur efficace de la réponse.....	-
\hat{R}	Valeur de crête de la réponse.....	-
s	Variable de Laplace.....	1/s
\underline{SC}	Spectre complexe.....	-
t	Temps.....	s
T	Période.....	s
y_i	Composantes de la réponse.....	-
α_i	Coefficients de la matrice de Vandermonde.....	-
$\delta(t)$	Impulsion de Dirac.....	-
τ	Retard.....	s
τ_a	Durée d'une trame audio.....	ms
τ_g	Retard de groupe.....	ms
τ_r	Retard pour un système temps réel.....	ms
τ_v	Temps de vol.....	ms
Θ	Température thermodynamique.....	K
ϕ	Déphasage.....	rad
ϕ_n	Déphasage à définir.....	rad
ω	Pulsation.....	rad/s
ω_f	Pulsation de coupure.....	rad/s
ζ	Facteur de concordance entre la réponse simulée et mesurée.....	-

1 Introduction

J’ai été chargée, dans le cadre d’un projet européen, de caractériser les effets des non-linéarités de prototypes de haut-parleurs de différentes technologies, dans le cas particulier d’une excitation harmonique bien définie.

La caractérisation de ces effets était une question cruciale, ces haut-parleurs devant développer des pressions acoustiques très élevées. Ce fut l’occasion de constater que les méthodes classiques de mesure des effets non linéaires n’étaient absolument pas probantes et qu’en particulier elles ne permettaient pas de trouver les lois de non-linéarité.

Au point de vue des haut-parleurs eux-mêmes, les effets constatés étaient très importants, en dépit des efforts des développeurs pour linéariser les processus en jeu, notamment au plan technologique. Cette circonstance a posé problème lorsqu’il s’est agi de caractériser les effets non linéaires de prototypes de microphones : il fallait pour cela disposer d’une source dont les effets des non-linéarités soient au moins un ordre de grandeur en dessous de ceux escomptés des microphones. Seuls des haut-parleurs à pavillon étaient susceptibles de délivrer les hauts niveaux de pression acoustique nécessaires aux mesures. Or les pavillons présentent une très forte non-linéarité – plus importante que celle du moteur associé, pour autant que celui-ci soit bien choisi. J’ai donc entrepris des recherches sur une méthode de compensation des effets des non-linéarités des pavillons, plus généralement des dispositifs électroacoustiques.

Mes travaux m’ont conduit à élaborer des méthodes de caractérisation et de compensation basées sur les travaux théoriques de Chua et le modèle mathématique des séries de Volterra. La faisabilité et l’efficacité de ma méthode de compensation ont été validées par traitement en temps différé. La première application en a été la question à l’origine de la méthode, à savoir la caractérisation de prototypes de microphones.

Dans le cadre d’une collaboration avec une PME locale, j’ai réalisé un démonstrateur en temps réel, implémenté sur un kit de développement DSP, appliquant la méthode de compensation à un haut-parleur à pavillon.

Les dispositifs techniques usuels ne répondent qu’imparfaitement aux hypothèses de linéarité, d’invariance temporelle et d’autonomie postulées en théorie des circuits et systèmes [16], et admises en première approximation dans leur étude et conception.

En audio, on parle de non-conformité pour désigner le fait que les formes d’ondes de la réponse et de l’excitation d’un dispositif sont différentes. A l’instar de tous les éléments qui leur sont liés, les systèmes haut-parleurs sont soumis à une loi de non-linéarité. Ses effets sont notamment mis en évidence lors de mesures de distorsion harmonique. La figure 1.1

1 Introduction

montre ce qu'il advient d'une excitation de type harmonique (14 composantes) du fait des non-linéarités du haut-parleur : le spectre de la réponse est très différent de celui de l'excitation.

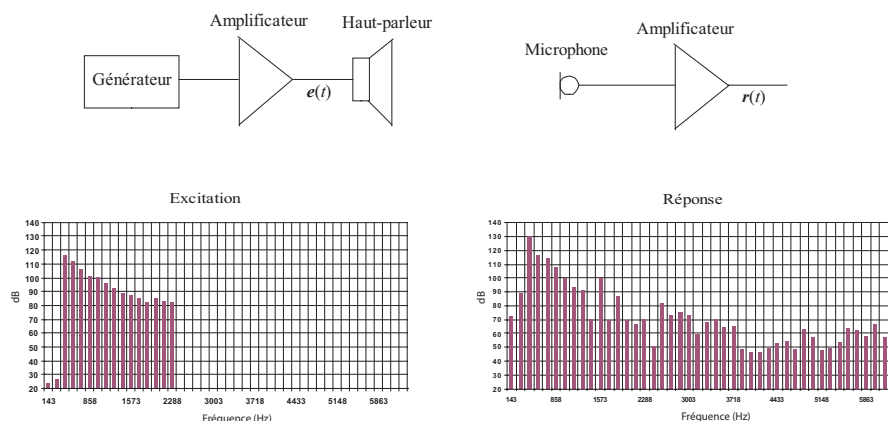


FIG. 1.1: Illustration des différences de spectres entre l'excitation et la réponse.

Un moyen de compenser ces effets consiste à placer en amont un autre dispositif, dont la caractéristique constitue exactement l'inverse de celle du premier. Mais cela n'est réalisable que si l'on connaît précisément la loi de non-linéarité à inverser. Or la caractérisation d'un dispositif électroacoustique non linéaire par les méthodes classiques (distorsion harmonique, intermodulation, etc.) ne détermine pas les lois des non-linéarités elles-mêmes, mais seulement certains de leurs effets. Une méthode expérimentale de caractérisation des non-linéarités permettant d'en connaître précisément les lois est donc indispensable.

La caractérisation développée dans ce travail est de considérer le système haut-parleur comme une boîte noire. On cherche à décrire sa loi de non-linéarité en fonction de l'excitation appliquée et de la réponse mesurée. Le schéma-bloc de la figure 1.2 illustre cette approche. Si le principe semble similaire à celui d'une mesure de fonction de transfert, il faut toutefois souligner que celle-ci ne prend en compte que les effets indépendants de l'amplitude de l'excitation (on parle de *distorsions linéaires*, en amplitude et en phase). La méthode présentée ici permet quant à elle de prendre en compte l'ensemble des distorsions, celles dues aux non-linéarités comprises.

Le but de la caractérisation expérimentale des non-linéarités est de déterminer les effets respectifs des non-linéarités, de la non-autonomie et de la non-invariance temporelle sur la forme d'onde. L'élaboration puis la validation d'une méthode de caractérisation et de compensation en temps différé et en temps réel constituent les enjeux de cette thèse. Les systèmes à pavillon ayant, au détriment des non-linéarités, un bon rendement, ils sont des sujets d'étude idéaux.

Cette méthode est basée sur l'utilisation des séries de Volterra et des excitations dites

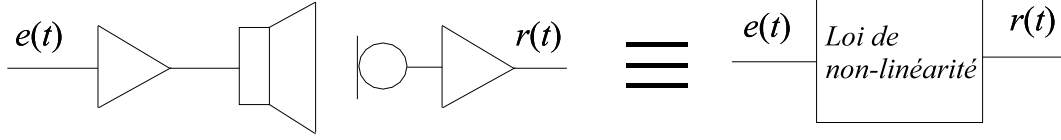


FIG. 1.2: Schéma-bloc du principe de la caractérisation des non-linéarités.

multitons. Elle est applicable à condition que le dispositif soit faiblement non linéaire, ce qui est pratiquement toujours le cas en électroacoustique.

La méthode du signal multitons – un signal harmonique en est un cas particulier – consiste à utiliser, en guise d’excitation, une somme de composantes sinusoïdales. Les amplitudes et les phases de celles-ci sont à déterminer, en tenant compte de la nécessité de générer des excitations de mêmes valeurs de crête. Cette méthode se distingue de celles citées plus haut en ce qu’elle donne davantage d’informations sur les non-linéarités. Excellent outil pour caractériser les non-linéarités statiques et dynamiques, elle permet en outre de révéler et quantifier des défauts qui, avec d’autres méthodes, passeraient inaperçus.

L’utilisation des séries de Volterra pour la caractérisation des non-linéarités a été introduites la première fois par A. Kaizer [23]. Cet outil, utilisant le principe de la réponse inverse et les filtres de Volterra pour compenser les distorsions linéaires et non linéaires d’un système [29], a depuis été utilisé avec succès par plusieurs auteurs, notamment W. Klippel [27, 25, 26] et W. Frank [20, 18, 19]. Les paramètres non linéaires peuvent être estimés sur la base des mesures de distorsions à l’aide des séries de Volterra [35]. Ces dernières ont aussi été utilisés pour déterminer un modèle physique et électrique d’un haut-parleur et proposer un circuit d’inversion non linéaire pour réduire les distorsions non linéaires aux faibles fréquences [23].

La loi de non-linéarité une fois établie, on procède à son inversion, c’est-à-dire que l’on détermine les noyaux de Volterra inverses par une transformation mathématique. On réalise ensuite un dispositif de correction à placer en amont du transducteur à compenser. Pour ce faire, on fait appel aux propriétés mathématiques des noyaux, plus particulièrement la relation dictant le comportement de deux systèmes en cascade.

D’autres caractérisations sont à étudier, notamment celle des noyaux en termes de phase. La phase est en effet, pour la compensation, un paramètre tout aussi important que l’amplitude. Or pour un transducteur électroacoustique d’émission, il faut tenir compte des temps de propagation (temps de vol) entre le haut-parleur et le microphone de mesure, ce qui complique l’expérimentation.

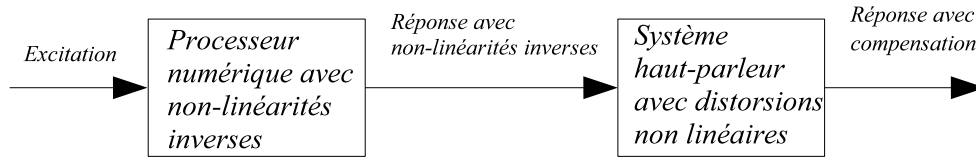


FIG. 1.3: Schéma-bloc du principe de la compensation des non-linéarités pour un système haut-parleur.

1.1 Structure de la thèse

Le **chapitre 1** donne au lecteur les bases théoriques nécessaires à la compréhension de l'ensemble des travaux expérimentaux. Dans le **chapitre 2** sont abordés la linéarité et les différents types de non-linéarités. La conformité, les non-conformités et la distorsion linéaire y sont définis. Le **chapitre 3** est axé sur les non-conformités non linéaires. Des exemples théoriques présentent les différents effets de non-linéarités que l'on peut observer avec les méthodes classiques de caractérisation.

Le **chapitre 4** met en évidence les possibilités et les limitations de ces méthodes pour la caractérisation des non-linéarités d'un haut-parleur. La théorie de Volterra est exposée au **chapitre 5**. Des exemples y montrent en quoi cette méthode présente une alternative intéressante pour la caractérisation.

Le **chapitre 6** présente les résultats de caractérisation de haut-parleurs obtenus à l'aide de cet outil. Le **chapitre 7** introduit le concept de compensation, consistant à corriger en amont les non-linéarités, en se basant sur le modèle défini au chapitre précédent. Les résultats expérimentaux obtenus en utilisant des excitations préalablement corrigées illustrent ce chapitre. Enfin, le **chapitre 8** traite de la compensation en temps réel. Les adaptations de la méthode, les détails de l'implémentation dans un système à DSP et les résultats expérimentaux obtenus y sont présentés. Une conclusion générale clôt ce rapport et laisse entrevoir les perspectives.

2 Définitions

2.1 Conformité

D'un point de vue qualitatif, un système conforme est un système qui n'introduit pas de déformation de la forme d'onde.

Hormis un éventuel gain en amplitude et un retard [33], la forme d'onde de la réponse d'un tel système est identique à celle de l'excitation à laquelle il est soumis.

Considérons un système linéaire caractérisé par une loi invariante dans le temps, illustré à la figure 2.1, liant l'excitation $e(t)$ et la réponse $r(t)$, et faisant intervenir un gain G et un retard τ .

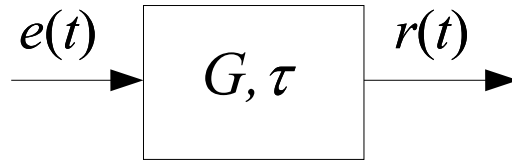


FIG. 2.1: Système conforme.

Pour que le système soit conforme, sa réponse impulsionnelle doit vérifier la relation 2.1 :

$$h(t) = G \cdot \delta(t - \tau) \quad (2.1)$$

où $G > 0$ représente le gain, $\tau > 0$ est le décalage temporel et où δ est la fonction impulsion unité (ou impulsion de *Dirac*).

Dans le domaine fréquentiel, la fonction de transfert du système est obtenue à partir de l'équation 2.1, à l'aide d'une transformée de Fourier :

$$H(j\omega) = G \cdot \exp(-j\omega\tau) \quad (2.2)$$

2 Définitions

On en déduit les deux conditions de conformité suivantes :

$$|H(j\omega)| = G \quad (2.3)$$

$$\phi = \arg(H(j\omega)) = -\omega\tau \quad (2.4)$$

La première indique que le gain en amplitude doit être constant et indépendant de la fréquence. Cela est traduit par une courbe de réponse en amplitude dont l'allure est une droite horizontale. La seconde exprime la linéarité de la phase. Deux cas de figure peuvent se présenter, selon la valeur du retard τ .

- Dans le cas virtuel, $\tau = 0$ et le système n'introduit aucun retard. La réponse et l'excitation définissent un segment de droite d'équations paramétriques :

$$\begin{aligned} e(t) &= \hat{E} \cos(\omega \cdot t) \\ r(t) &= \hat{R} \cos(\omega \cdot t) \end{aligned} \quad (2.5)$$

- En présence d'un retard, cela se traduit par une courbe de Lissajous en ellipse (Fig. 2.2) et d'équations :

$$\begin{aligned} e(t) &= \hat{E} \cos(\omega \cdot t) \\ r(t) &= \hat{R} \cos(\omega \cdot (t - \tau)) \end{aligned} \quad (2.6)$$

On peut observer une telle ellipse en visualisant une réponse sinusoïdale en fonction de son excitation (mode X-Y pour un oscilloscope), si un déphasage Φ existe entre ces derniers. Dans le cas de l'équation 2.6, le déphasage est défini comme $\Phi = \omega\tau$.

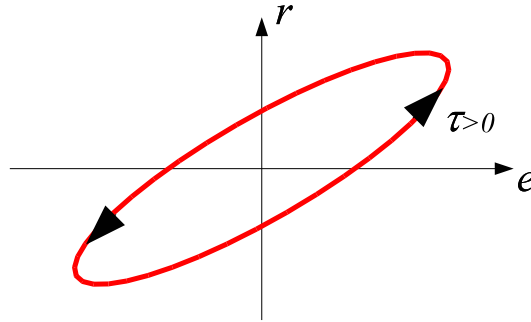


FIG. 2.2: Courbe de Lissajous.

2.1.1 Retard de groupe

Le retard de groupe τ_g représente l'évolution de la phase ϕ relativement à la pulsation ω . On peut le définir comme le rapport de la variation élémentaire de la phase $\partial\phi$ sur la variation élémentaire de la pulsation $\partial\omega$. Un signe “−” est ajouté dans la définition, car un retard est une grandeur positive et correspond à $\partial\phi < 0$.

$$\tau_g(\omega) = -\frac{\partial\phi}{\partial\omega} \quad (2.7)$$

Le retard de groupe est, pour une phase définie par l'équation 2.8 dépendant linéairement de la fréquence, le retard τ , qui est ici également le retard de phase.

$$\phi(\omega) = -\omega \cdot \tau \quad (2.8)$$

Si la phase n'est pas linéairement dépendante de la fréquence, il y a altération des phases des composantes de l'excitation. Pour mettre en évidence ce phénomène (Fig. 2.4(c)), nous allons utiliser la fonction $\phi(\omega)$, définie par l'équation

$$\phi(\omega) = -\arctan(RC\omega) \quad (2.9)$$

Cette fonction caractérise la réponse en phase du filtre passe-bas du premier ordre illustré à la figure 2.3. La phase d'un tel filtre est caractérisée par un retard de groupe dépendant de la fréquence. Le retard temporel introduit par le filtre sera donc différent pour chacune des composantes.

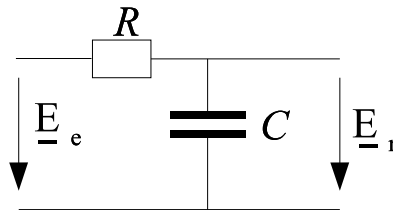
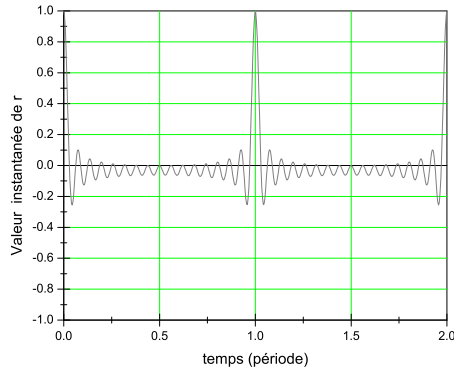


FIG. 2.3: Filtre passe-bas du 1^{er} ordre.

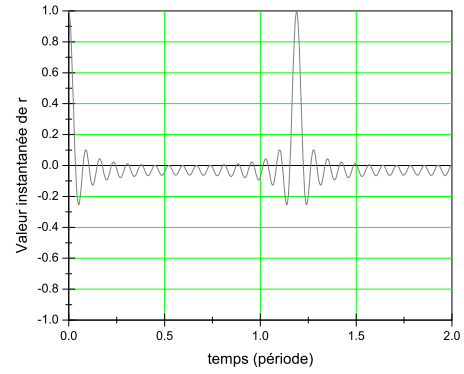
A la figure 2.4(d), on remarque une modification de la forme d'onde, principalement au niveau du pic d'amplitude.

2 Définitions

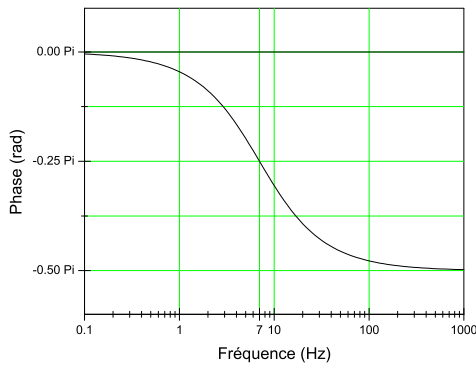
Si l'on se réfère à la figure 2.3, marquée par un fort déphasage $-\frac{\pi}{2}$, cette variation brutale d'amplitude correspond à une fréquence élevée. L'enveloppe de la forme d'onde reste globalement inchangée.



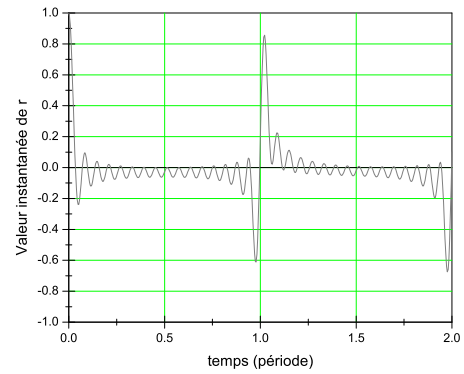
(a) Forme d'onde de la réponse pour une excitation comportant 16 harmoniques



(b) Forme d'onde de la réponse avec un retard



(c) Réponse en phase d'un filtre passe-bas



(d) Forme d'onde de la réponse

FIG. 2.4: Illustration du retard de groupe.

2.2 Non-conformité

La non-conformité peut revêtir deux formes distinctes :

1. la non-conformité d'amplitude et de phase
2. la non-conformité non linéaire.

2.2.1 Non-conformité d'amplitude et de phase

On dit qu'un système est non conforme, lorsque la forme d'onde de sa réponse n'est pas identique à celle de son excitation. Ceci est dû au non respect des conditions de conformité 2.3 et 2.4 [33]. La figure 2.5 illustre ce phénomène en amplitude et en phase. En termes d'amplitude, le spectre de la réponse n'est pas conforme à celui de l'excitation. Les composantes de basse et haute fréquence sont atténuées, puis éliminées au fur et à mesure qu'elles sortent de la bande passante B propre au dispositif utilisé. En termes de phase, on constate qu'il y a introduction d'un déphasage entre les composantes de l'excitation et celles de la réponse. Ces modifications ne dépendent pas de l'amplitude mais des autres grandeurs de l'excitation (fréquence, etc.).

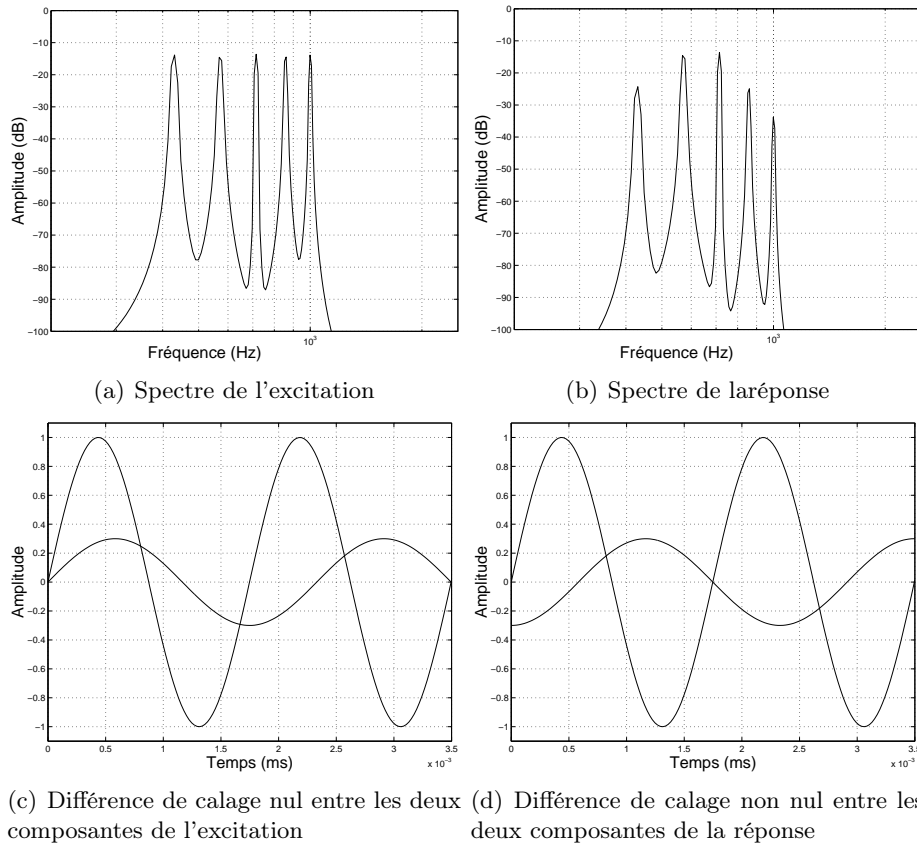


FIG. 2.5: Illustration de la non-conformité d'amplitude (a et b) et de phase (c et d).

2 Définitions

3 Non-conformités non linéaires

3.1 But

Ce chapitre présente une caractérisation préliminaire d'un système non linéaire, puis non conforme. On utilisera à cet effet différentes techniques recourant à des excitations spécifiques :

1. distorsion harmonique ou excitation sinusoïdale pure
2. (intermodulation) ou somme de deux sinusoïdes de fréquences distinctes
3. différence de fréquences ou somme de deux sinusoïdes de fréquences proches
4. multitons : somme de plus de deux sinusoïdes de fréquences distinctes ; cas particulier : excitation harmonique complète ou partielle.

Les méthodes basées sur les trois premiers types d'excitations sont classiques. Celle basée sur les excitations multitons est peu utilisée. Elle offre cependant un intérêt particulier, du fait de son grand potentiel de caractérisation. Dans les sections suivantes sont présentées les analyses d'un système caractérisé par une fonction non linéaire, puis celles du même système, auquel on aura adjoint la fonction de transfert d'un filtre passe-bas.

Afin de permettre une comparaison valable des résultats obtenus pour chaque type d'excitation, on veillera à choisir des excitations ayant même excursion crête à crête.

3.2 Exemple de dispositif non linéaire

Considérons le système non linéaire illustré par la figure 3.1. La loi invariante dans le temps $r(e)$ qui le caractérise est définie par l'équation :

$$r(e) = \sin \left[\frac{\pi}{2} e \right] \quad \text{pour } -1 \leq e \leq 1 \quad (3.1)$$

La loi de non-linéarité 3.1 est représentée à la figure 3.2. On y constate que la courbe de réponse s'éloigne progressivement de la loi linéaire lorsque le niveau d'excitation augmente. Qualitativement, on peut considérer que pour une amplitude inférieure à 0.4 la non-linéarité est faiblement marquée. Jusqu'à une valeur de 0.6 elle reste modérée, puis devient forte au-delà.

Le degré de non-linéarité peut être arbitrairement restreint en imposant un seuil pour le niveau de $e(t)$. On fixera à cet effet deux conditions particulières, limitant l'excursion crête à crête de l'excitation, $e(t)$ étant par ailleurs quelconque :

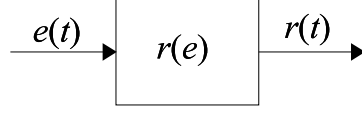


FIG. 3.1: Système non linéaire.

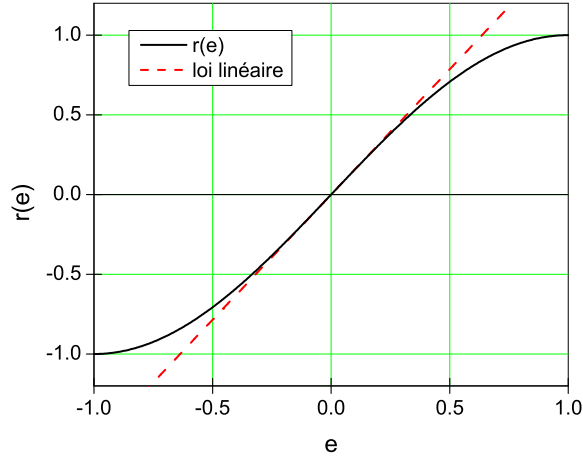


FIG. 3.2: Loi de non-linéarité $r(e)$ et loi linéaire en référence.

$$|e| \leq 0.6 \quad (3.2)$$

$$|e| \leq 0.8 \quad (3.3)$$

Les seuils choisis pour les conditions 3.2 et 3.3 correspondent respectivement à des degrés de non-linéarité modérés et forts, qui sont transposables aux cas réels de non-linéarités de haut-parleurs.

Afin de faciliter les calculs, la fonction $r(e)$ est remplacée par son développement en série de Taylor, soit :

$$f_N\left(\frac{\pi}{2}e\right) = \sum_{i=0}^N (-1)^i \cdot \frac{\left(\frac{\pi}{2}e\right)^{(2i+1)}}{(2i+1)!}, \quad \text{pour } \left|\frac{\pi}{2}e\right| \leq 1 \quad (3.4)$$

avec

$$\lim_{N \rightarrow \infty} f_N\left(\frac{\pi}{2}e\right) = \sin\left(\frac{\pi}{2}e\right) \quad (3.5)$$

Nous utiliserons une approximation au cinquième ordre de la fonction sinus, qui garantit une précision suffisante sur la plage de valeur e étudiée, d'où l'expression :

$$r(e) = \frac{\pi}{2}e - \frac{1}{3!} \left(\frac{\pi}{2}e\right)^3 + \frac{1}{5!} \left(\frac{\pi}{2}e\right)^5 \quad (3.6)$$

3.3 Excitation sinusoïdale

3.3.1 Définition de l'excitation

Le premier type d'excitation est défini par l'expression :

$$e(t) = \hat{E} \cos(\omega_1 t) \quad (3.7)$$

Les conditions 3.2 et 3.3 se traduisent sur la valeur efficace E par :

1. $|e(t)| \leq 0.6 \ \forall t \Rightarrow$ on choisira en conséquence $E = \frac{0.6}{\sqrt{2}} \simeq 0.424$
2. $|e(t)| \leq 0.8 \ \forall t \Rightarrow$ on choisira en conséquence $E = \frac{0.8}{\sqrt{2}} \simeq 0.566$.

La valeur crête à crête de l'excitation est ici $2\hat{E}$, soit encore respectivement 1.2 et 1.6.

Sur le graphique de la figure 3.3 ont été tracées, pour les deux valeurs efficaces de E , les formes d'ondes de l'excitation et de la réponse. On remarque que l'écart entre la réponse et l'excitation augmente fortement lorsque le niveau d'excitation est élevé.

3.3.2 Calculs

Pour déterminer le spectre de la réponse, on utilise à nouveau le développement en série de Taylor de la fonction sinus au cinquième ordre (Eq. 3.6). Avec $e = \hat{E} \cos(\omega t)$, on obtient l'expression :

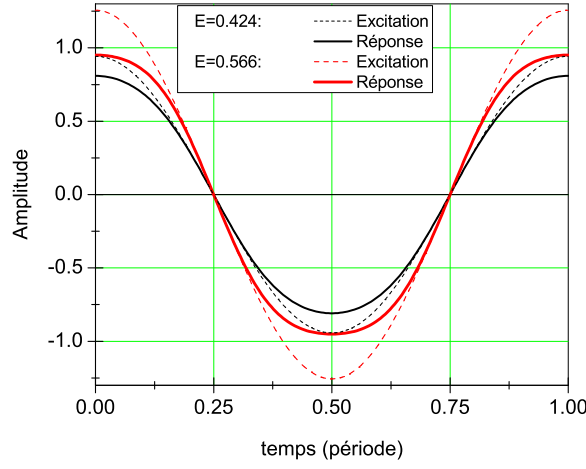


FIG. 3.3: Excitation (pointillé) définie par l'équation 3.7 et réponse (trait continu) du système non linéaire pour $E = 0.424$ et $E = 0.566$.

$$\begin{aligned}
 r(e) &= \sin \left[e \left(\frac{\pi}{2} \right) \right] \\
 &= \sqrt{2}E \cos(\omega t) \left(\frac{\pi}{2} \right) - \frac{1}{3!} \left(\sqrt{2}E \cos(\omega t) \right)^3 \left(\frac{\pi}{2} \right)^3 + \frac{1}{5!} \left(\sqrt{2}E \cos(\omega t) \right)^5 \left(\frac{\pi}{2} \right)^5 \\
 &= \left(\sqrt{2}E \frac{\pi}{2} \right) \cos(\omega t) \\
 &\quad - \frac{1}{4 \cdot 3!} \left(\sqrt{2}E \frac{\pi}{2} \right)^3 (3 \cos(\omega t) + \cos(3\omega t)) \\
 &\quad + \frac{1}{16 \cdot 5!} \left(\sqrt{2}E \frac{\pi}{2} \right)^5 (10 \cos(\omega t) + 5 \cos(3\omega t) + \cos(5\omega t)) \\
 &= \left[\left(\sqrt{2}E \frac{\pi}{2} \right) - \frac{1}{8} \left(\sqrt{2}E \frac{\pi}{2} \right)^3 + \frac{1}{192} \left(\sqrt{2}E \frac{\pi}{2} \right)^5 \right] \cos(\omega t) \\
 &\quad + \left[-\frac{1}{24} \left(\sqrt{2}E \frac{\pi}{2} \right)^3 + \frac{1}{384} \left(\sqrt{2}E \frac{\pi}{2} \right)^5 \right] \cos(3\omega t) \\
 &\quad + \frac{1}{1920} \left(\sqrt{2}E \frac{\pi}{2} \right)^5 \cos(5\omega t)
 \end{aligned} \tag{3.8}$$

3.3.3 Spectre de la réponse

Le spectre de réponse (Fig. 3.4) comporte la raie du fondamental de l'excitation, ainsi que celles des harmoniques 3 et 5, avec des amplitudes décroissantes [1]. Seules les harmoniques impaires sont présentes, la fonction *sinus* étant une fonction impaire.

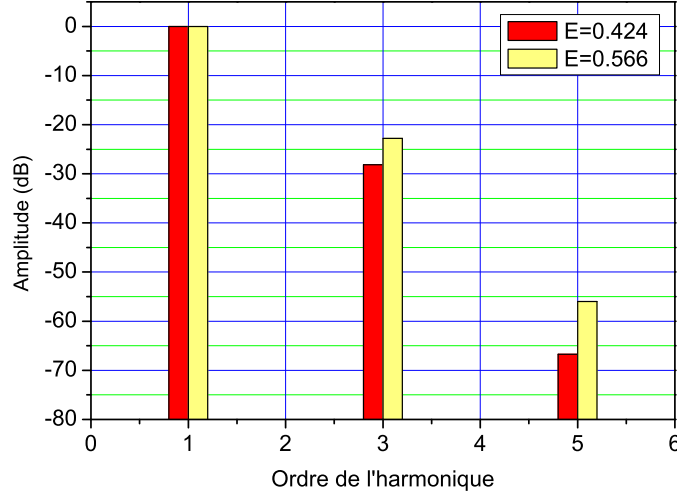


FIG. 3.4: Spectres de la réponse à une sinusoïde simple pour les deux niveaux d'excitation.

On trouve :

1. pour $\hat{E} = 0.6$:
 $r(e) = 0.842 \cos(\omega t) - 0.0329 \cos(3\omega t) + 0.000387 \cos(5\omega t)$
2. pour $\hat{E} = 0.8$:
 $r(e) = 1.025 \cos(\omega t) - 0.0745 \cos(3\omega t) + 0.00163 \cos(5\omega t)$.

Les signes négatifs dans l'expression de r sont dus aux changements de phase. Les spectres de r , pour les deux niveaux d'excitation, sont représentés ci-dessous en échelle logarithmique. La référence de 0 dB correspond à l'amplitude du fondamental.

3.3.4 Taux de distorsion harmonique

Le taux de distorsion harmonique totale (d_t) est défini par :

$$d_t = 100 \frac{\sqrt{\sum_{n=2}^n (R_n)^2}}{\sqrt{\sum_{n=1}^n (R_n)^2}} \quad (\%) \quad (3.9)$$

où R_n est la valeur efficace de la composante d'ordre n . Le taux de distorsion harmonique d'ordre n est défini par :

$$d_n = 100 \frac{(R_n)}{\sqrt{\sum_{n=1}^n (R_n)^2}} \quad (\%) \quad (3.10)$$

3 Non-conformités non linéaires

Après calcul on obtient, pour les ordres 1 à 5, les valeurs de taux de distorsion suivantes :

	$\hat{E} = 0.6$	$\hat{E} = 0.8$
d_3	3.90 % -28 dB	7.25 % -23 dB
d_5	0.46 % -66 dB	0.16 % -56 dB
d_t	3.90 % -28 dB	7.25 % -23 dB

3.4 Excitation somme de deux sinusoïdes

3.4.1 Définition de l'excitation

Ce second type d'excitation est défini par l'expression :

$$e(t) = \frac{\hat{E}}{2}(\cos(\omega_1 t) + \cos(\omega_2 t)) \quad (3.11)$$

Les pulsations ω_1 et ω_2 sont choisies de manière à être très distinctes. On utilise à cet effet un rapport de 20, avec $\omega_2 = 20\omega_1$. Le facteur $\frac{1}{2}$ est introduit ici pour conserver les valeurs précédentes de la valeur efficace. Les conditions 3.2 et 3.3 se traduisent sur E par :

1. $|e(t)| \leq 0.6 \forall t \Rightarrow$ on choisira en conséquence $E = \frac{0.6}{\sqrt{2}} \simeq 0.424$
2. $|e(t)| \leq 0.8 \forall t \Rightarrow$ on choisira en conséquence $E = \frac{0.8}{\sqrt{2}} \simeq 0.566$.

La valeur crête à crête de l'excitation est $2\hat{E}$, soit encore respectivement 1.2 et 1.6.

Une telle excitation est utilisée pour mettre en évidence le phénomène d'intermodulation, à savoir l'effet que produisent l'une sur l'autre deux composantes de fréquences distinctes. Cet effet, qui consiste en la modulation de la composante de la réponse de pulsation ω_2 à la pulsation ω_1 , se manifeste par des bandes latérales de pulsations $\omega_2 \pm \omega_1$, $\omega_2 \pm 2\omega_1$, $\omega_2 \pm 3\omega_1$, etc. Elles s'appellent produits d'intermodulation.

3.4.2 Spectre de la réponse

La figure 3.5 représente le spectre obtenu pour des valeurs $\hat{E} = 0.6$ et $\hat{E} = 0.8$. On notera l'apparition de composantes qui n'existaient pas dans l'excitation définie plus haut.

L'arrivée des composantes 3, 5, 60 et 100 était prévisibles du fait de la forme de la loi de non-linéarité, qui comporte dans son développement de Taylor les termes d'ordres 3 et 5 (Eq. 3.6).

D'autres composantes apparaissent. Elles sont constituées par les différentes combinaisons possibles des sommes et des différences des fréquences des composantes (1, 3, 5) d'une part, et (10, 30, 50) d'autre part. On désigne ces composantes par le terme de produits d'intermodulation.

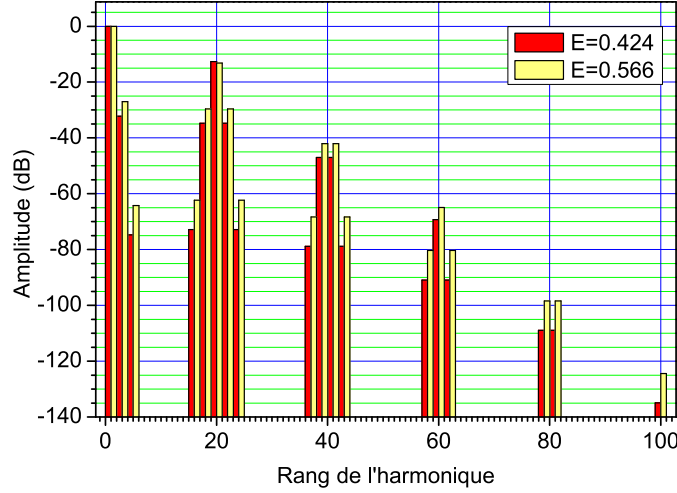


FIG. 3.5: Spectres de la réponse à une somme de deux sinus de fréquences distinctes (harmoniques 1 et 20) pour les deux niveaux d'excitation.

3.5 Excitation somme de deux sinusoïdes de fréquences proches

3.5.1 Définition

A l'exception du choix des fréquences, l'excitation somme de deux sinusoïdes de fréquences proches est définie de la même façon que l'intermodulation. On choisit des fréquences proches l'une de l'autre. Elles sont définies de manière à satisfaire les relations $\omega_1 = 10\omega_0$ et $\omega_2 = 11\omega_0$, ω_0 servant de fondamental non présent dans cette excitation.

3.5.2 Spectre de la réponse

La figure 3.6 représente le spectre obtenu pour des valeurs $\hat{E} = 0.6$ et $\hat{E} = 0.8$. Les produits d'intermodulation sont présents dans le spectre, comme ils l'étaient en (3.4). La répartition fréquentielle des produits d'intermodulation est par contre modifiée, la définition des fréquences de l'excitation étant différente.

3.6 Excitation harmonique

3.6.1 Définition

Cette excitation, cas particulier du multitons, est constituée d'une somme de composantes de fréquences multiples d'un même fondamental. On choisira en premier lieu le fondamental et ses 15 premiers harmoniques (Eq. 3.12), puis uniquement les harmoniques

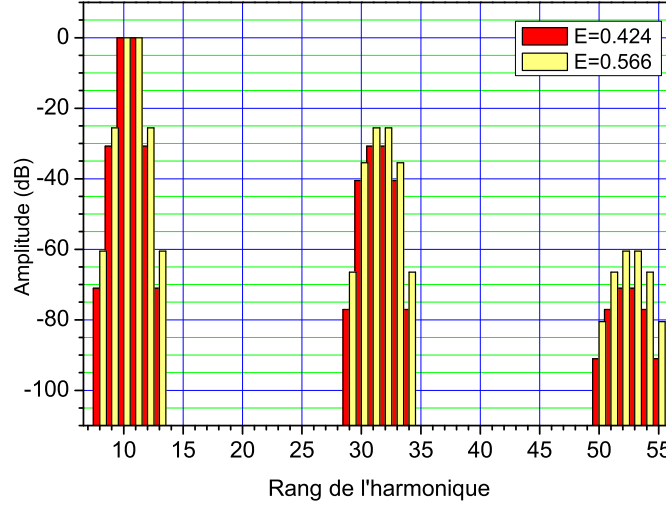


FIG. 3.6: Spectres de la réponse à une somme de deux sinus de fréquences proches (harmoniques 10 et 11) pour les deux niveaux d'excitation.

4 à 16 de ce même fondamental (Eq. 3.13). On prendra un calage temporel nul entre les différentes composantes (la phase de toutes les fonctions sinusoïdales est identique, voir section 4.5), ce qui correspond à un facteur de crête élevé. Pour la première variante :

$$e(t) = \frac{1}{16} \sqrt{2} E \cos(\omega t) + \sum_{n=2}^{16} \frac{1}{16} \sqrt{2} E \cos(n\omega(t + \tau_n)) \quad (3.12)$$

où $\frac{\phi_n}{\omega} = \tau_n$ est le calage temporel et n est entier, et pour la seconde :

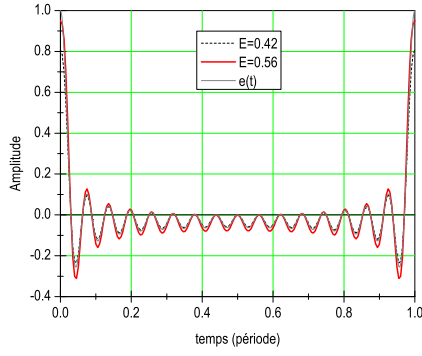
$$e(t) = \sum_{n=4}^{16} \frac{1}{13} \sqrt{2} E \cos(n\omega t) \quad (3.13)$$

La valeur crête à crête de l'excitation pour les niveaux bas et haut est égale à 0.76 et 1.01 dans le premier cas, et 0.91 et 1.21 dans le second.

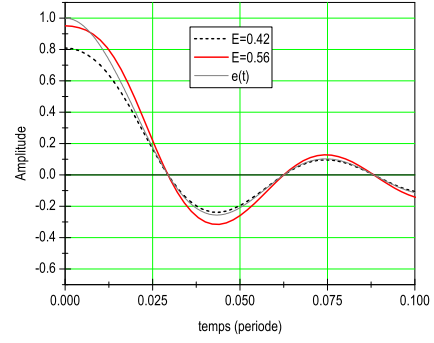
3.6.2 Formes d'onde

La figure 3.7 représente une vue d'ensemble (a) et de détail (b) de la forme d'onde de l'excitation harmonique (Eq. 3.12) et de sa réponse pour les valeurs efficaces E considérées. La figure 3.8 représente quant à elle l'excitation 3.13.

3.6 Excitation harmonique

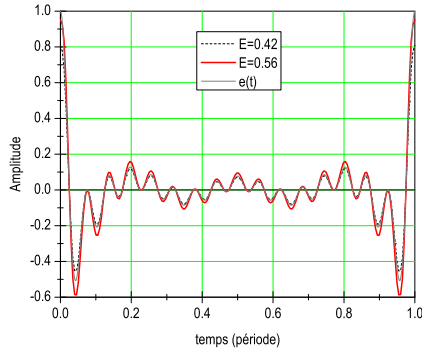


(a) Vue d'ensemble sur une période complète

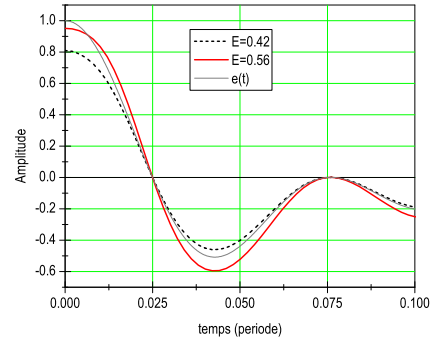


(b) Vue de détail sur l'origine des courbes

FIG. 3.7: Excitation et réponse du système avec 16 harmoniques pour $E = 0.42$ et $E = 0.56$.



(a) Vue d'ensemble sur une période complète



(b) Vue de détail sur l'origine des courbes

FIG. 3.8: Excitation et réponse du système avec les harmoniques 4 à 16 pour $E = 0.42$ et $E = 0.56$.

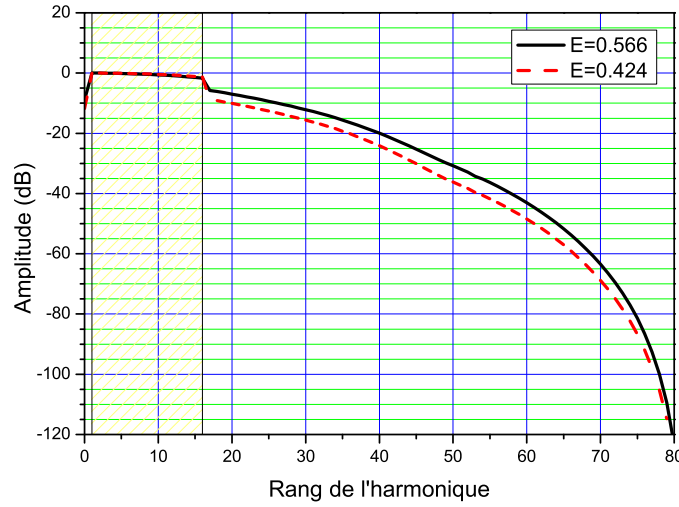


FIG. 3.9: Spectre de réponse harmonique pour $E=0.424$ et $E=0.566$. La zone hachurée schématise la présence des composantes 1 à 16 dans l'excitation.

3.6.3 Analyse spectrale

La figure 3.9 représente les spectres de la réponse, pour $E = 0.424$ et $E = 0.566$, calculés à l'aide de l'approximation de Taylor du sinus au 5^{ème} ordre. La présence des harmoniques 1 à 16 y est schématisée par la zone hachurée sur la partie gauche du graphique. On y retrouve les composantes présentes dans l'excitation, ainsi qu'une composante continue de -10dB , représentée sur le graphique comme une harmonique de rang 0. Sur la partie de droite apparaissent les harmoniques du rang 17 au rang 80, résultant de la non-linéarité du système. Le calcul des amplitudes des harmoniques a été effectué à l'aide du développement en série de Taylor.

Le graphique 3.10 représente le spectre de sortie du système pour les deux mêmes niveaux, avec une excitation ne comportant que les harmoniques 4 à 16. On y retrouve là encore les raies présentes dans l'excitation, les produits d'intermodulation du rang 17 au rang 80 résultant de la non-linéarité du système, ainsi que la composante continue. On observe de plus que des harmoniques sont créées, car les raies de rang 1, 2 et 3, qui n'étaient pas présentes dans le spectre d'excitation, le sont dans la réponse. L'amplitude de ces premières harmoniques est cependant moindre que dans le cas précédent.

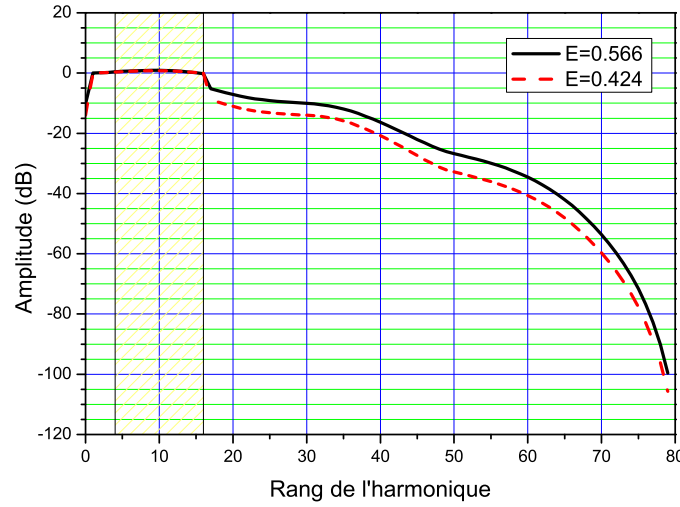


FIG. 3.10: Spectre de la réponse harmonique pour $E=0.424$ et $E=0.566$. La zone hachurée schématise la présence des composantes 4 à 16 dans l'excitation.

3.7 Exemple de dispositif non conforme

3.7.1 Description

Considérons à présent un système non conforme, composé de deux blocs en cascade, dont le schéma-bloc est représenté à la figure 3.11.

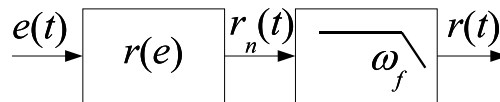
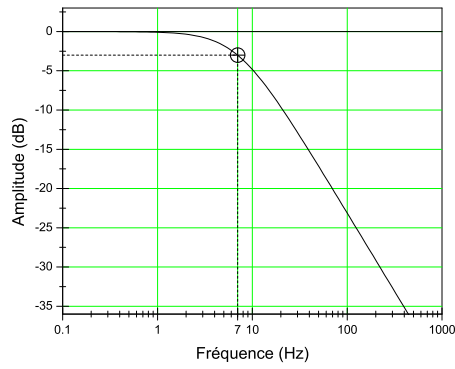


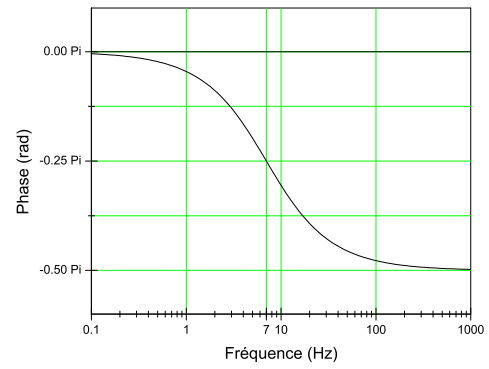
FIG. 3.11: Système non conforme.

Le premier bloc est caractérisé par la loi sinusoïdale définie par l'équation 3.1. Le second bloc constitue un filtre passe-bas du premier ordre, dont la pulsation de coupure ω_f est choisie de manière à correspondre à la septième harmonique de l'excitation. La pente de la courbe de réponse en amplitude (Fig. 3.12(a)) est de -20dB/Décade . Pour la phase (Fig. 3.12(b)), la pente est de $-\frac{\pi}{4}/\text{Décade}$. L'amplitude des composantes induites par la non-linéarité sera atténuée progressivement, en fonction de leur ordre.

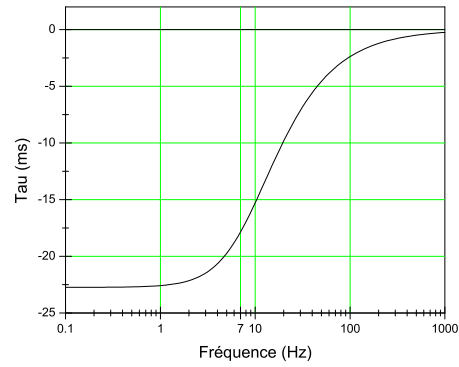
3 Non-conformités non linéaires



(a) Réponse en amplitude, avec l'indication de la fréquence de coupure à -3 dB



(b) Réponse en phase. Nulle aux basses fréquences, la phase est de $-\frac{\pi}{4}$ à la fréquence de coupure, tandis qu'elle atteint $-\frac{\pi}{2}$ aux fréquences élevées



(c) Retard introduit par le filtre

FIG. 3.12: Réponse du filtre passe-bas.

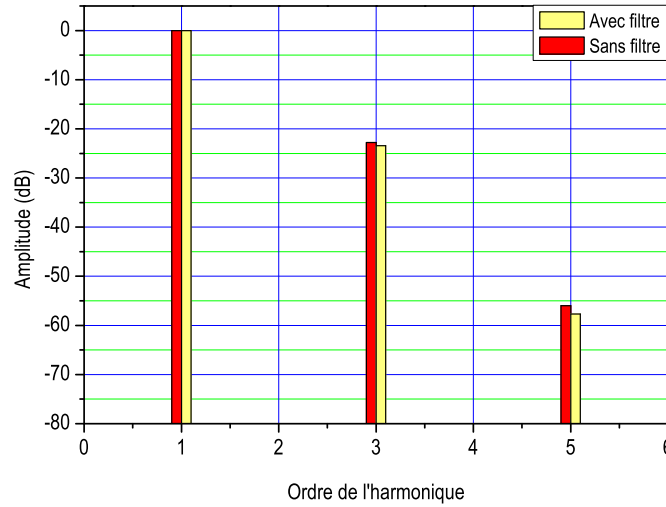


FIG. 3.13: Spectre de la distorsion harmonique avec et sans filtre passe-bas.

3.8 Excitation sinusoïdale

La figure 3.13 représente le spectre obtenu pour une excitation sinusoïdale avec un niveau d'excitation $\hat{E} = 0.6$, avec et sans filtre passe-bas. L'approximation de la réponse du système par la fonction 3.6 suppose que le spectre d'entrée n'est composé que des harmoniques 1, 3 et 5. Ce spectre n'est donc ici que faiblement modifié par l'ajout d'un filtre passe-bas, dont la fréquence de coupure correspond à la septième harmonique.

3.9 Excitation somme de deux sinusoïdes

3.9.1 Spectre de la réponse

La figure 3.14 représente le spectre obtenu avec et sans filtre passe-bas, pour un niveau $\hat{E} = 0.6$. A l'exception des harmoniques 1, 3 et 5, qui se situent en deçà de la pulsation de coupure, le spectre est ici modifié par l'ajout d'un filtre passe-bas en sortie du système non linéaire.

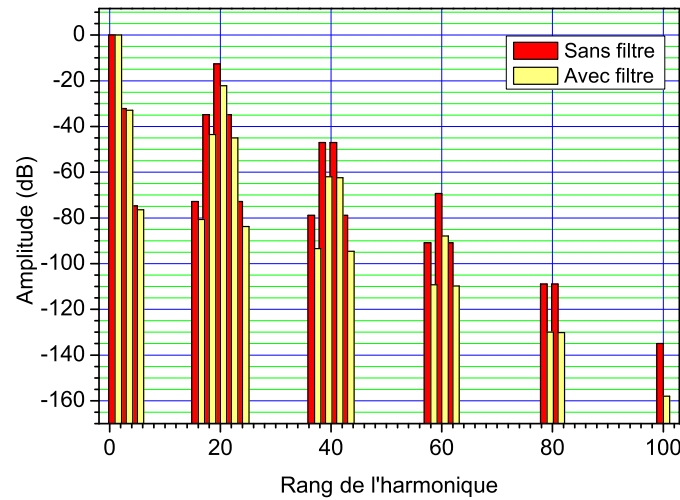


FIG. 3.14: Spectre de la réponse par distorsion d'intermodulation, avec et sans filtre passe-bas en sortie.

3.10 Excitation somme de deux sinusoïdes de fréquences proches

3.10.1 Spectre de la réponse

La figure 3.15 représente le spectre obtenu avec et sans filtre passe-bas, pour un niveau d'excitation $E = 0.6$. Les harmoniques qui se trouvent au-delà de la pulsation de coupure sont affectées par le comportement du filtre. La différence entre les amplitudes avant et après le filtre croît avec le rang de l'harmonique.

3.11 Excitation harmonique

La figure 3.16 représente le spectre obtenu pour une excitation comprenant les harmoniques 4 à 16, avec et sans filtre passe-bas du 1^{er} ordre, pour une valeur efficace de l'excitation $E = 0.6$.

On distingue ici aisément, au niveau des 16 premières harmoniques, l'influence du filtre passe-bas. Au lieu d'être constante, l'amplitude de ces harmoniques subit en effet une atténuation.

Le reste du spectre est par ailleurs également modifié de façon significative. On remarque sur la figure 3.17 un retard.

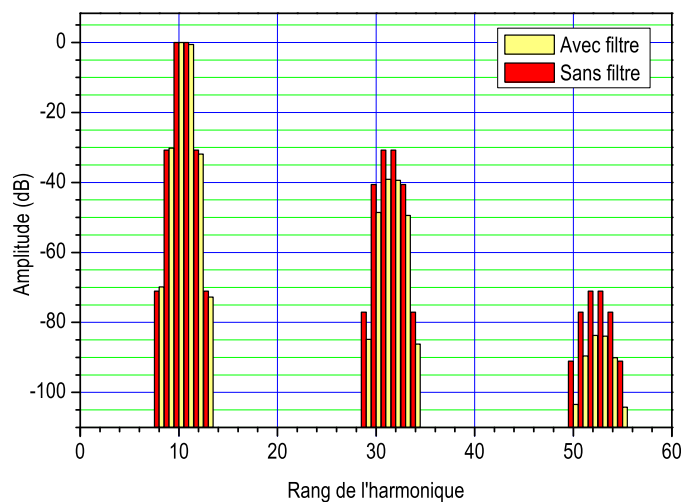


FIG. 3.15: Spectre de la distorsion par différence de fréquence, avec et sans filtre passe-bas en sortie.

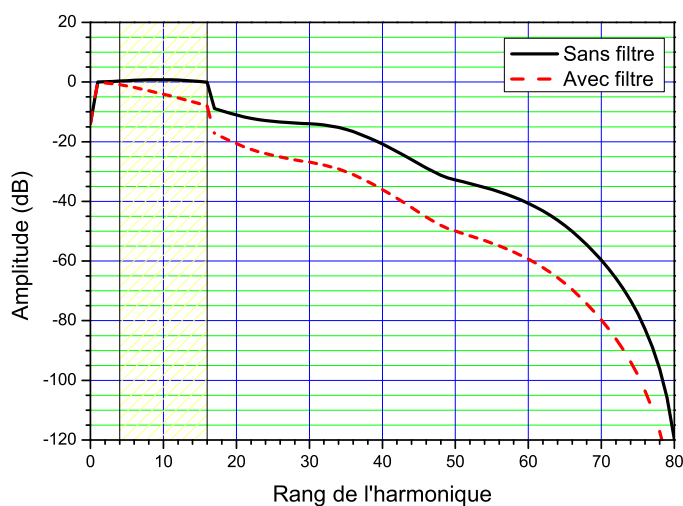


FIG. 3.16: Spectre de la réponse, avec et sans filtre passe-bas. La zone hachurée schématise la présence des composantes 4 à 16 dans l'excitation.

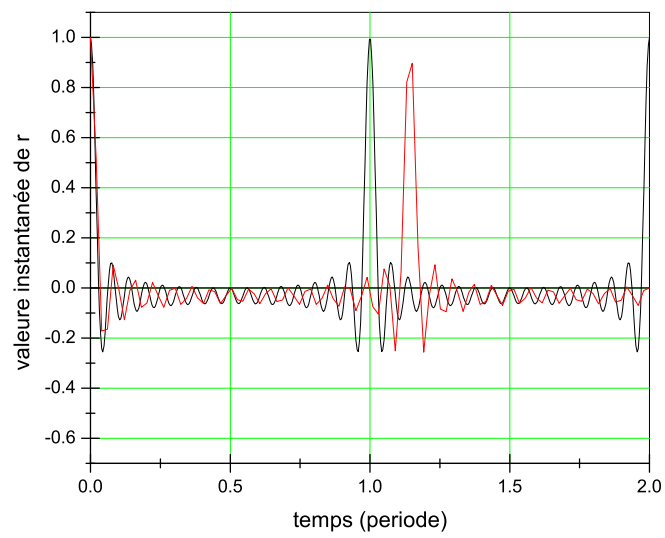


FIG. 3.17: Forme d'onde de la réponse, avec et sans filtre passe-bas.

4 Caractérisation expérimentale des effets des non-linéarités de haut-parleurs

4.1 Introduction

Ce chapitre expose les résultats expérimentaux d'une série de mesures destinées à la caractérisation des effets des non-linéarités pour différentes technologies de haut-parleurs. Ceux-ci ont été mis à la disposition du LEMA lors d'un projet européen. Les méthodes de caractérisation – mesure de distorsion harmonique ou distorsion d'intermodulation – sont définies pour une excitation comportant une fréquence, deux au maximum, ce qui dans notre cas se révèle insuffisant. Une méthode de caractérisation expérimentale des dispositifs électroacoustiques a été développée en accord avec les spécifications du cahier des charges. Le banc de mesure utilisé à cet effet est décrit dans l'annexe A.3. Cette étude comparative se base sur l'utilisation d'excitations multitons et adresse le comportement temporel, fréquentiel, ainsi que celui de la phase, à l'aide des calages temporels et des courbes de Lissajous.

La démarche comporte trois axes d'étude :

- l'analyse spectrale comparative des réponses et des excitations, qui met en évidence les effets des distorsions non linéaires
- l'étude des formes d'ondes et des courbes de Lissajous, révélant un comportement non linéaire et non stationnaire
- l'étude comparative des calages temporels, mettant en évidence les influences des produits de distorsion sur la phase.

4.2 Méthodes expérimentales

Pour caractériser la réponse non linéaire du système, les amplitudes et les calages de ses composantes sont déterminés. L'intérêt se porte sur leurs variations relatives en fonction de l'amplitude de l'excitation. Une comparaison est établie entre le spectre de la réponse mesurée et le spectre de l'excitation augmenté du gain de l'étage d'amplification. Cette étude est réalisée pour plusieurs niveaux d'excitation, afin de mettre en évidence et de quantifier la non-linéarité.

4.2.1 Excitation harmonique : spécifications

L'excitation utilisée pour cette expérimentation correspond à une application particulière. Le nombre fini d'harmoniques, leurs amplitudes et leurs calages temporels sont définis précisément par le cahier des charges du projet. Cette excitation harmonique sera utilisée

4 Caractérisation expérimentale des effets des non-linéarités de haut-parleurs

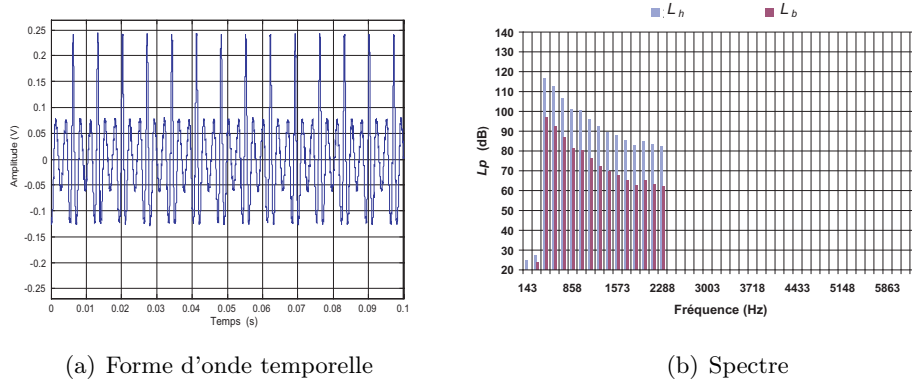


FIG. 4.1: Excitation harmonique utilisée pour la campagne de mesure.

pour toutes les mesures du chapitre. Différents niveaux d'excitation peuvent être obtenus en augmentant le gain d'un amplificateur en amont du haut-parleur étudié. L'excitation est représentée sous sa forme temporelle à la figure 4.1(a). Les spectres représentés à la figure 4.1(b) montrent sa composition en termes d'harmoniques dans le domaine fréquentiel pour les niveaux haut et bas de l'excitation utilisée dans le cadre expérimental.

4.2.2 Étage d'amplification

Les différents niveaux d'excitation requis pour la caractérisation sont obtenus au moyen d'un dispositif d'amplification.

Dans un premier temps, on souhaite s'assurer que cet élément n'introduit pas de produit de distorsion non linéaire. Une étude qualitative permet de comparer les formes d'ondes des réponses de l'étage d'amplification obtenues pour deux niveaux d'excitation, correspondant à une amplification de +20dB. La comparaison des deux formes d'ondes de la figure 4.2 laisse supposer que le dispositif d'amplification utilisé ne crée pas de distorsion non linéaire. En effet, à l'amplitude près, elles présentent une allure identique.

4.3 Analyse comparative

4.3.1 Distorsion non linéaire

Nous allons mettre en évidence le comportement non linéaire d'un haut-parleur (électrodynamique). Les spectres présentés à la figure 4.3 ont été obtenus en soumettant un haut-parleur à l'excitation harmonique définie à la section 4.2.1, pour des niveaux haut L_h et bas L_b . Le graphique de gauche montre le spectre de l'excitation harmonique mesurée à la sortie de l'amplificateur, pour des niveaux d'excitation L_h et L_b . Celui de droite comporte les spectres des réponses aux niveaux d'excitation correspondants. On peut y observer d'une part la déformation du spectre pour les composantes présentes dans l'excitation, et

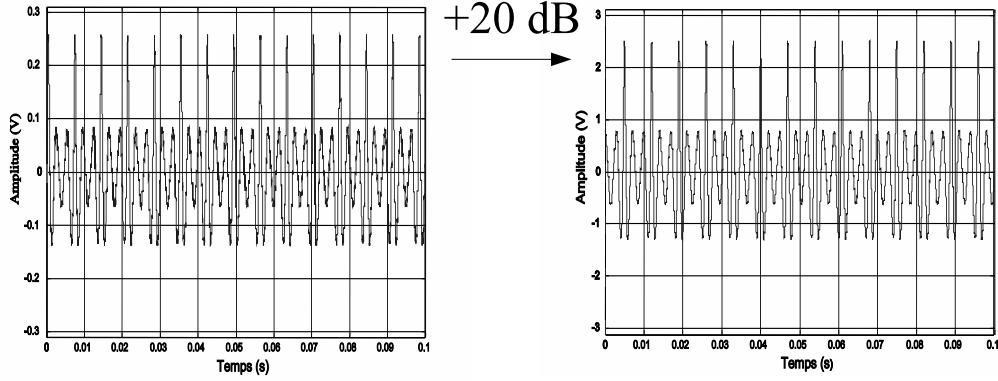
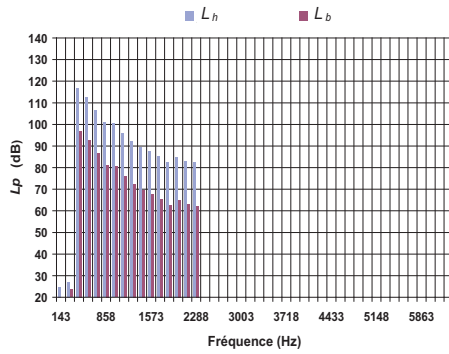
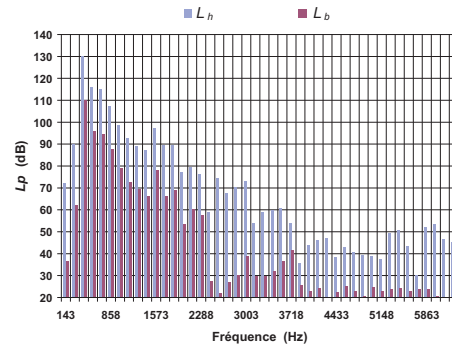


FIG. 4.2: Comparaison de l'allure des formes d'ondes de la réponse à la sortie de l'étage d'amplification pour les niveaux d'excitation L_h et L_b .



(a) Spectres des excitations, mesurés à la sortie de l'amplificateur



(b) Spectres des réponses

FIG. 4.3: Mise en évidence du comportement non linéaire d'un haut-parleur électrodynamique pour un niveau d'excitation haut L_h et bas L_b .

4 Caractérisation expérimentale des effets des non-linéarités de haut-parleurs

d'autre part l'apparition de produits de distorsion. Enfin, la comparaison du spectre de la réponse pour les deux niveaux d'excitation nous permet de constater que l'amplitude des produits de distorsion ne varie pas linéairement en fonction du niveau d'excitation. Cela est particulièrement marqué pour les harmoniques 17 à 21, pour lesquelles l'écart entre les deux groupes de raies est bien supérieur aux 20 dB dus au facteur d'amplification.

La réponse n'étant pas linéairement dépendante de l'excitation, on peut en conclure que l'apparition de ces produits de distorsion est due à une distorsion non linéaire du dispositif électroacoustique excité.

Une analyse spectrale comparative de la réponse et de l'excitation est effectuée. On établit une comparaison entre les amplitudes de chaque harmonique du spectre de l'excitation et de celui de la réponse attendue, à savoir le spectre de l'excitation augmenté du gain de l'étage d'amplification. La figure 4.4 montre les spectres de la réponse pour les niveaux d'excitation L_h et L_b .

En comparant les deux spectres des réponses avec celui des excitations (Fig. 4.3(a)), on constate l'apparition de produits de distorsion. La figure 4.5 illustre la différence des niveaux de pression acoustique L_p des réponses, moins 20dB. Cette soustraction permet de comparer les spectres des réponses à un niveau de pression identique. Le graphique montre que les produits de distorsion dus au comportement non linéaire du haut-parleur électrodynamique testé peuvent aussi bien être constructifs que destructifs, selon que l'on soit en phase ou en opposition de phase. Un produit de distorsion est constructif lorsque l'amplitude des harmoniques augmente. Un produit de distorsion est destructif quand l'amplitude des harmoniques diminue.

4.3.2 Formes d'ondes

En faisant une analyse comparative des formes d'ondes, on remarque que les allures de la réponse et de l'excitation sont différentes. Ce phénomène est mis en évidence par la figure 4.6, qui illustre l'apparition des produits de distorsion.

4.4 Courbes de Lissajous

Durant la campagne de mesure, les formes d'ondes des excitations et des réponses ont été enregistrées au format numérique, ce qui permet le tracé de courbes de Lissajous. Celles-ci favorisent la mise en évidence du comportement de la phase d'une réponse (en ordonnée) par rapport à l'excitation (en abscisse). Dans le cas d'un haut-parleur électrodynamique, on constate à la figure 4.7 que l'allure de la courbe de Lissajous n'est pas celle d'une ellipse. Avec une excitation harmonique à un niveau donné et la réponse correspondante, on obtient une courbe dont l'allure traduit un comportement complexe de la phase. Dans le cas d'un dispositif conforme, la courbe de Lissajous aurait l'allure d'une ellipse.

En comparant les courbes obtenues aux deux niveaux d'excitation, on remarque que les allures des courbes de Lissajous sont différentes. Elles ont une évolution temporelle non

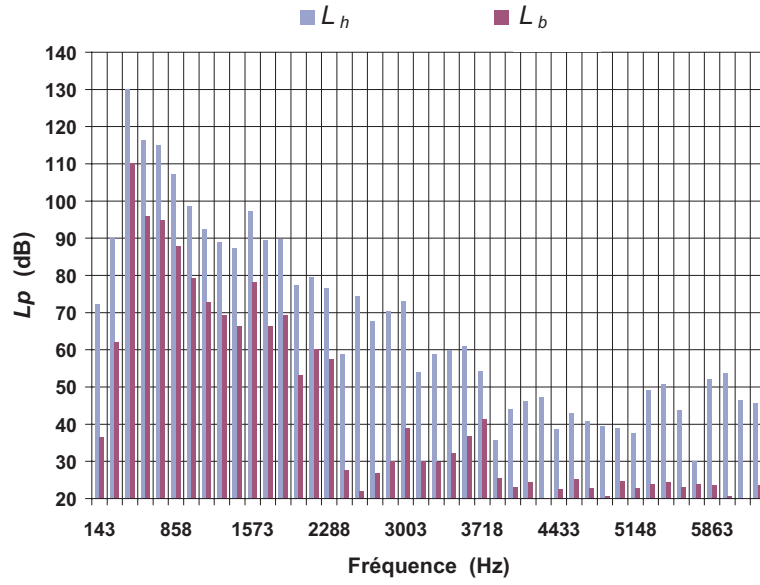


FIG. 4.4: Spectres en pression des réponses pour des niveaux d'excitation L_h et L_b .

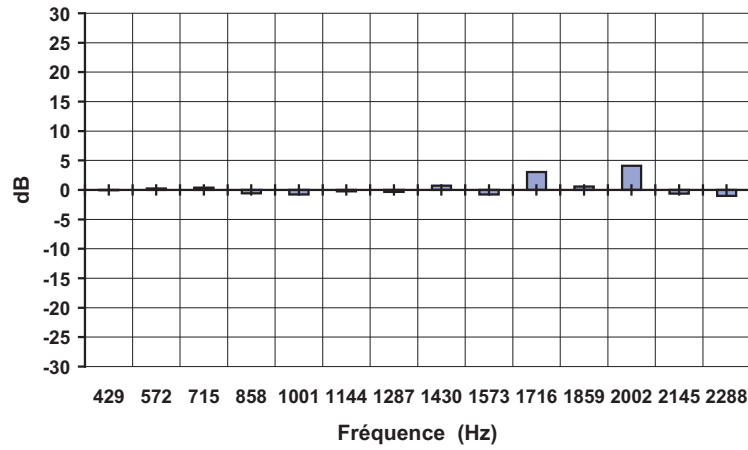


FIG. 4.5: Différence des spectres en pression des réponses pour des niveaux d'excitation L_h et L_b , moins la différence des niveaux d'excitation.

4 Caractérisation expérimentale des effets des non-linéarités de haut-parleurs

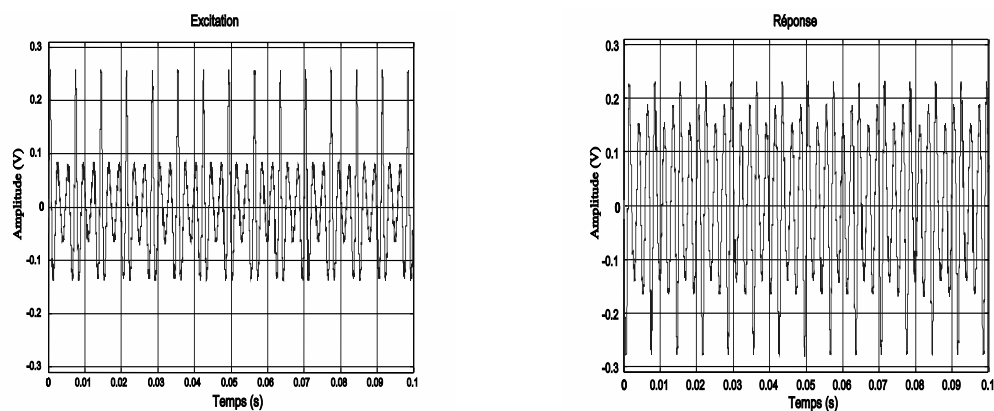


FIG. 4.6: Comparaison des formes d'ondes de l'excitation et de la réponse d'un haut-parleur électrodynamique.

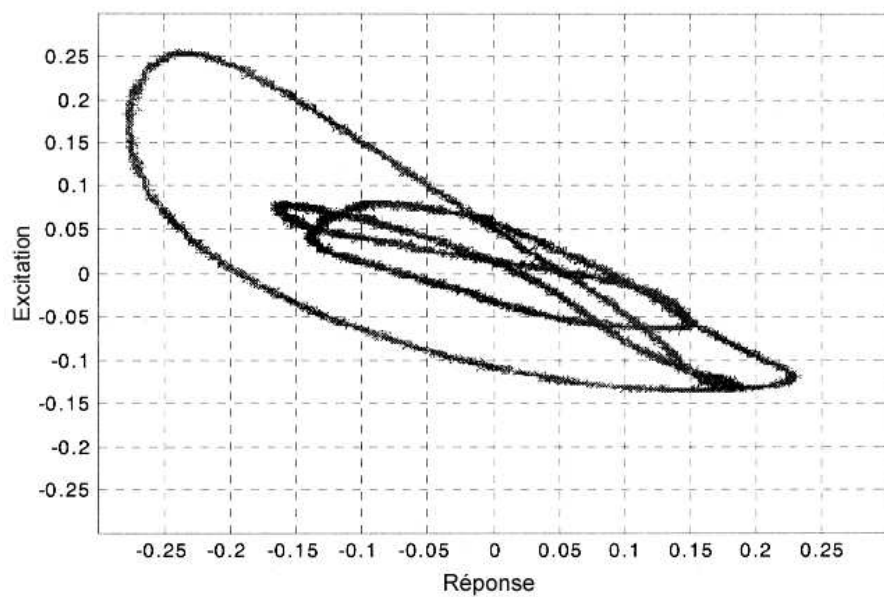


FIG. 4.7: Illustration par courbe de Lissajous du comportement d'un haut-parleur électrodynamique soumis à une excitation harmonique.

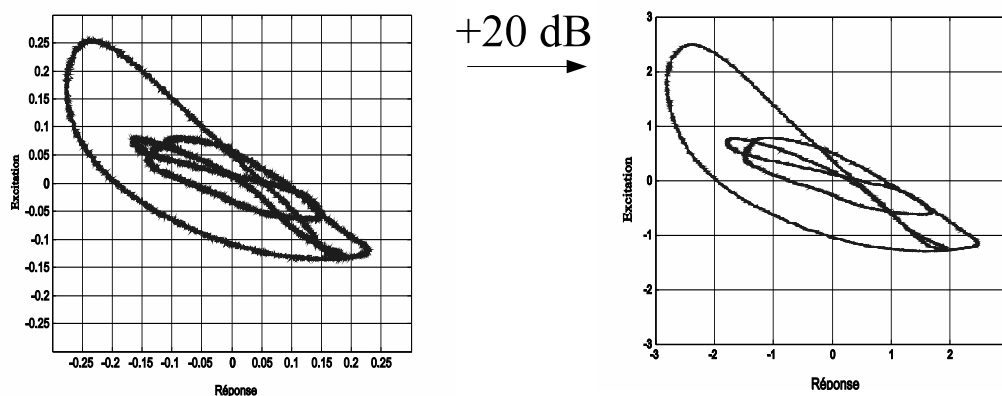


FIG. 4.8: Comparaison des allures des courbes de Lissajous pour les niveaux d'excitation L_h et L_b .

autonome, ce qui traduit un comportement non linéaire. La figure 4.8 met en évidence ces différences, que l'on perçoit en particulier dans le quadrant inférieur droit. La différence d'épaisseur du trait entre les deux courbes est due au bruit de mesure, qui est constant quel que soit le niveau d'excitation. Pour un niveau d'excitation bas L_b , le bruit de mesure est relativement plus important que pour le niveau d'excitation L_h .

4.5 Calage temporel

Afin de permettre une analyse exhaustive, les excitations et réponses sont numérisées et enregistrées sur une durée de quelques secondes, avec une résolution suffisante, en vue d'un post-traitement.

Sur la base de ces enregistrements, lorsque le fondamental n'est pas présent dans le signal harmonique, une double boucle à verrouillage de phase (PLL) permet de le resynthétiser. On peut alors mesurer le calage temporel de chaque harmonique, relativement au fondamental. La première PLL sert à reconstruire le fondamental absent, alors que la seconde est utilisée pour mesurer le calage temporel de chaque composante.

Le calage temporel fixe la manière dont les composantes se situent dans le temps les unes par rapport aux autres. On définit le calage τ_i de l'harmonique i comme l'instant du passage à zéro à pente positive par rapport à celui du fondamental ou, si celui-ci est absent et ne peut être reconstitué ou synthétisé, de l'harmonique présent d'ordre le plus bas. La figure 4.9 illustre ce concept. Il s'agit à présent de définir les calages de l'excitation harmonique, notamment en imposant ceux donnant la forme d'onde la plus défavorable, c'est-à-dire ayant le facteur de crête le plus élevé.

Une étude des décalages temporels existant entre l'excitation et la réponse peut ainsi être

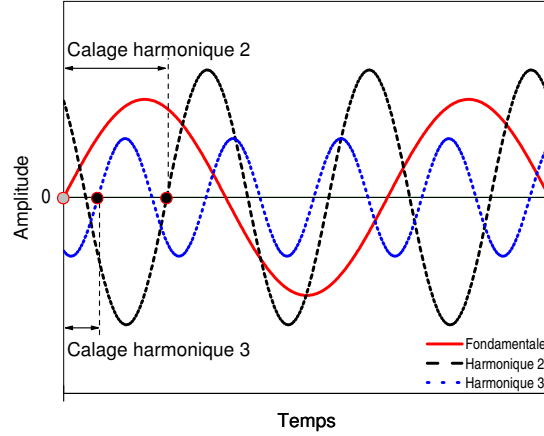


FIG. 4.9: Définition du calage temporel des formes d'ondes.

réalisée pour des niveaux d'excitation L_h et L_b . On appelle décalage temporel la variation du calage temporel. La référence est définie pour toutes les mesures comme le passage par zéro dans le sens positif du fondamental. Le calage temporel se définit comme le temps entre cette référence et le passage par zéro de l'harmonique considérée.

Les mesures du calage temporel de chaque harmonique ont été réalisées pour des niveaux d'excitation L_h et L_b . Les résultats sont ramenés à une période du fondamental. La figure 4.10 montre les calages temporels par rapport à un fondamental de 143 Hz, défini par les composantes de l'excitation harmonique utilisée.

Le graphique de la figure 4.11 met en évidence les décalages temporels relativement au fondamental de 143Hz, en fonction du niveau d'excitation. La mesure du calage temporel ramené au fondamental nous donne des informations concernant le comportement non linéaire du dispositif électroacoustique mesuré du point de vue de la phase. La fluctuation des calages temporels d'un niveau d'excitation à l'autre traduit la présence d'une distorsion non linéaire.

4.6 Résultats de caractérisations pour différentes technologies de haut-parleurs

La figure 4.12(a) montre le spectre de l'excitation utilisée pour les mesures aux deux niveaux d'excitation. Les figures 4.12(b), (c) et (d) représentent les spectres en pression des réponses pour les différents haut-parleurs mesurés. Le premier est un haut-parleur électrodynamique, tandis que les deux suivants sont des modèles piezocéramiques. On

4.6 Résultats de caractérisations pour différentes technologies de haut-parleurs

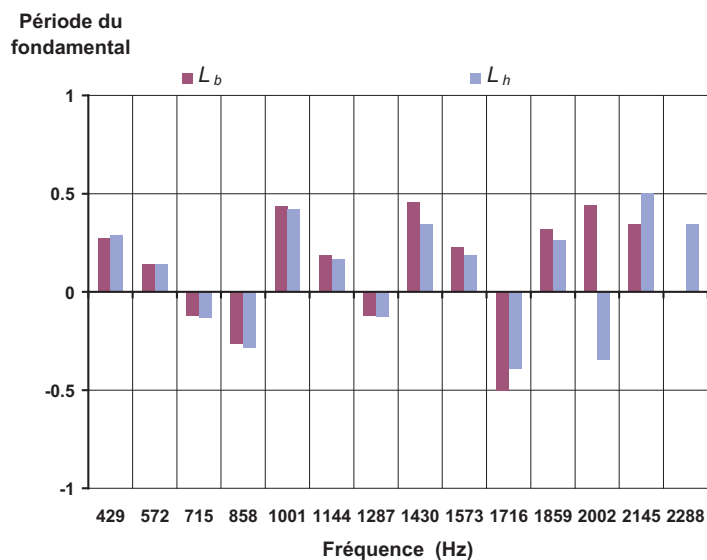


FIG. 4.10: Calages temporels par rapport à une période du fondamental de 143 Hz, pour un niveau d'excitation haut et bas.

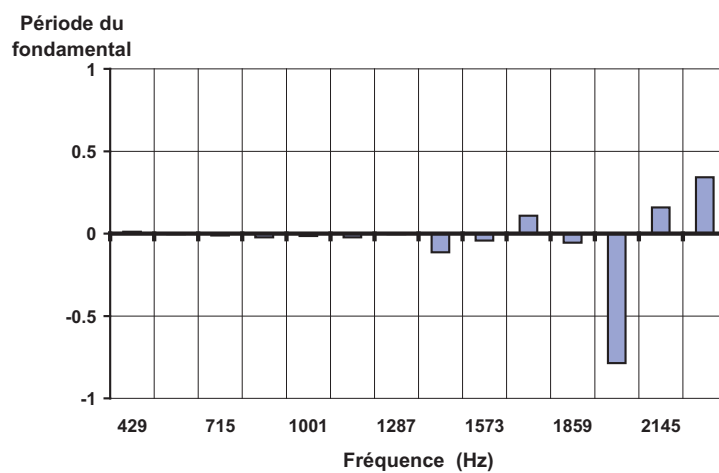
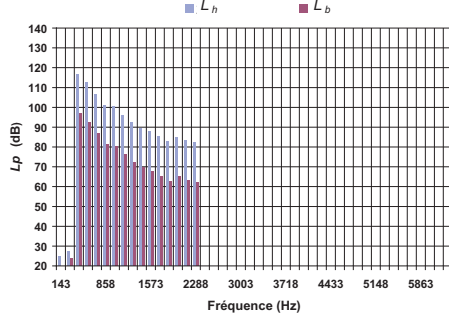
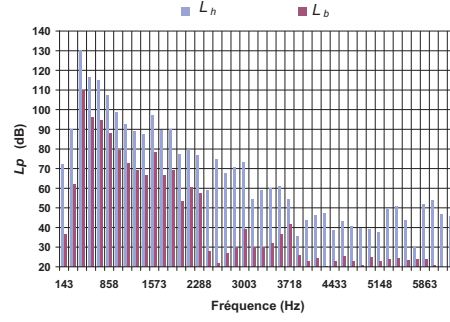


FIG. 4.11: Différence des calages temporels ou décalages temporels de la figure 4.10 par rapport à une période du fondamental de 143 Hz, pour un niveau haut et bas d'excitation.

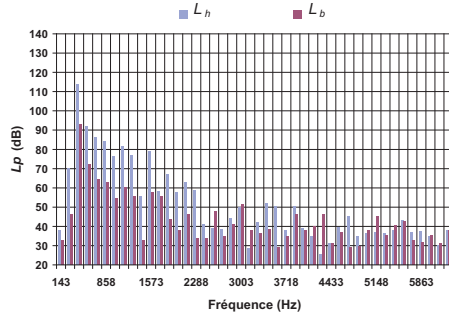
4 Caractérisation expérimentale des effets des non-linéarités de haut-parleurs



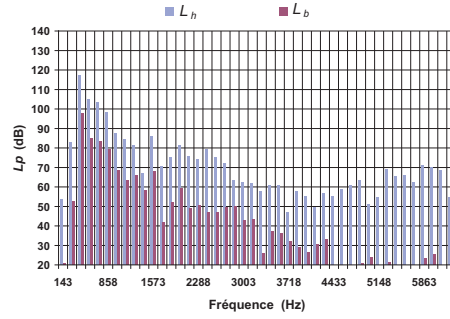
(a) Spectres d'excitations pour un niveau haut et bas



(b) Haut-parleur 1



(c) Haut-parleur 2



(d) Haut-parleur 3

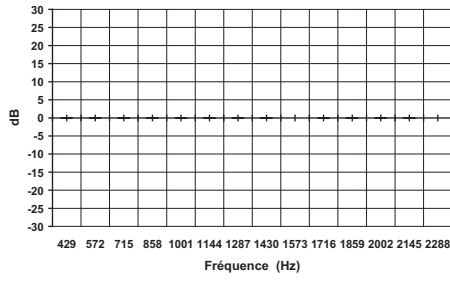
FIG. 4.12: Spectres en pression des réponses des haut-parleurs de différentes technologies pour deux niveaux d'excitation de la figure 4.12(a)

constate que l'allure des spectres change en fonction de la technologie des haut-parleurs. Le point commun de ces spectres est l'apparition de produits de distorsion. La figure 4.13 représente l'écart entre le spectre de la réponse au niveau bas et celui de la réponse au niveau haut, auquel on a soustrait le gain de 20 dB existant entre L_b et L_h . On note une faible dépendance de l'amplitude pour le haut-parleur électrodynamique, tandis qu'elle est plus marquée pour les haut-parleurs piezocéramiques, notamment dans le haut du spectre.

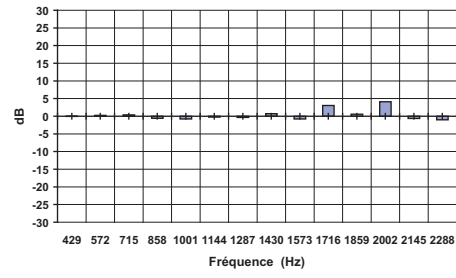
Les calages temporels pour deux niveaux d'excitation sont illustrés par les figures 4.14 ; on remarque qu'ils se modifient suivant les haut-parleurs. Il en va de même pour les différences des calages temporels, figure 4.15.

Enfin, l'enregistrement des formes d'ondes des excitations et des réponses autorise le tracé de courbes de Lissajous. Se réduisant à une ellipse pour un système linéaire, celles-ci peuvent révéler des informations intéressantes lorsqu'elles prennent des formes diverses et variables dans le temps. Les courbes de Lissajous relevées pour les différents haut-parleurs sont données à la figure 4.16), pour deux niveaux d'excitation.

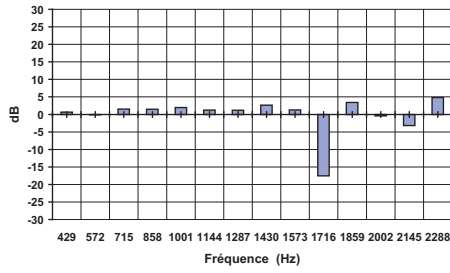
4.6 Résultats de caractérisations pour différentes technologies de haut-parleurs



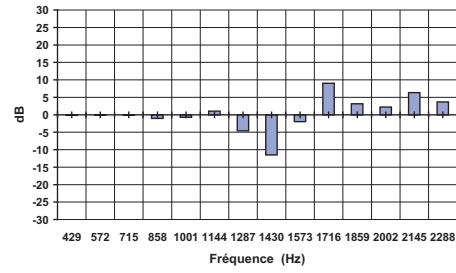
(a) Différence des niveaux -20dB pour les excitations



(b) Haut-parleur 1



(c) Haut-parleur 2



(d) Haut-parleur 3

FIG. 4.13: Différence des spectres de la figure 4.12 de pression des réponses pour deux niveaux d'excitations moins 20dB , pour différentes technologies de haut-parleurs.

4 Caractérisation expérimentale des effets des non-linéarités de haut-parleurs

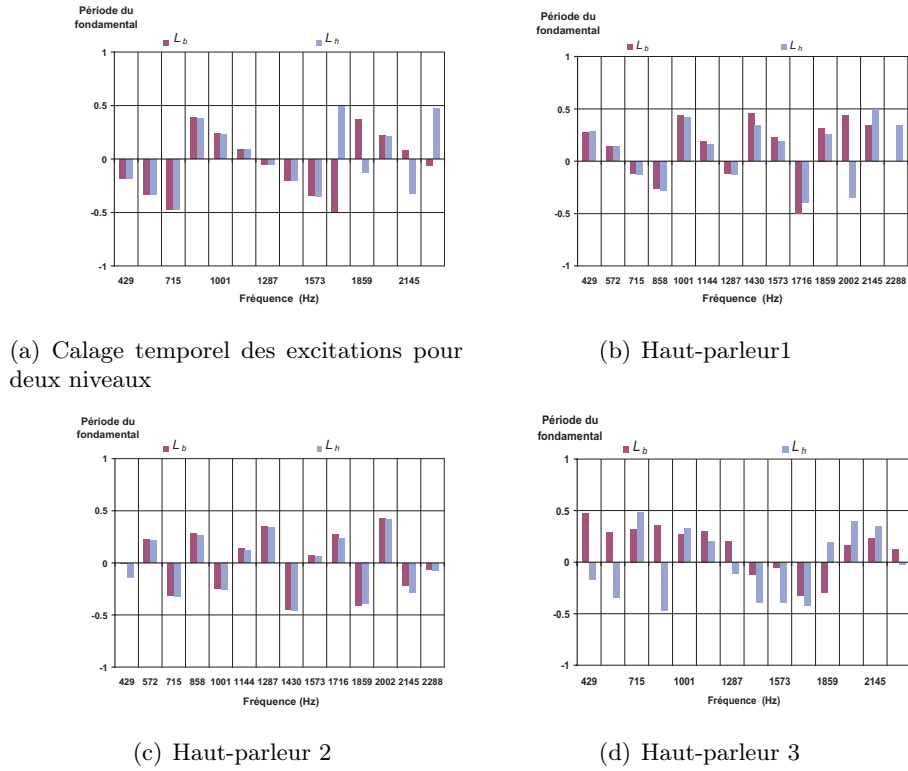
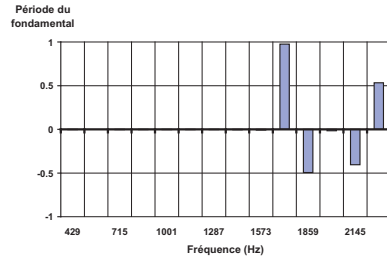
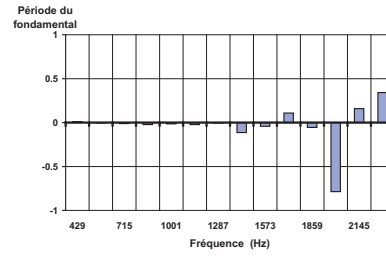


FIG. 4.14: Calage temporel des spectres de la figure 4.13 en pression des réponses, pour un niveau d'excitation haut et bas, pour différentes technologies de haut-parleurs.

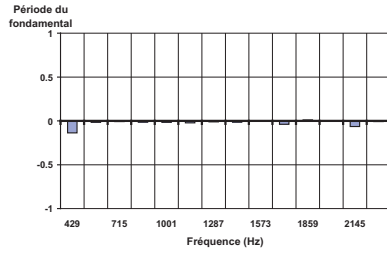
4.6 Résultats de caractérisations pour différentes technologies de haut-parleurs



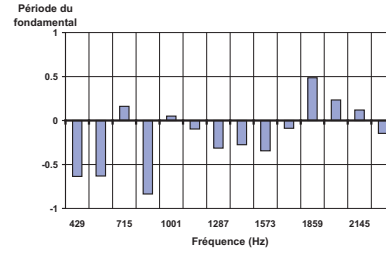
(a) Différence des calages temporel des excitations pour un niveau d'excitation haut et bas.



(b) Haut-parleur 1



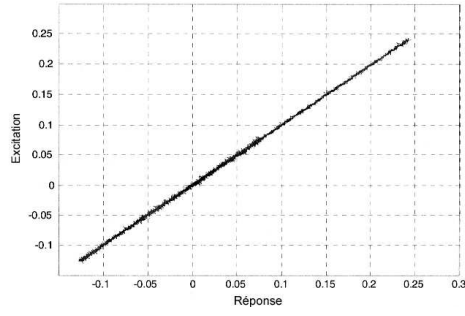
(c) Haut-parleur 2



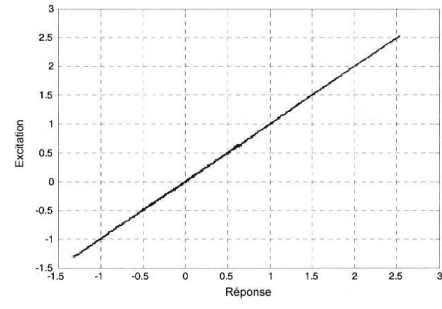
(d) Haut-parleur 3

FIG. 4.15: Différence des calages temporels de la figure 4.14, pour les spectres de pression des réponses.

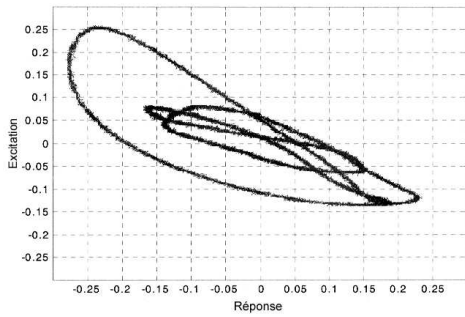
4 Caractérisation expérimentale des effets des non-linéarités de haut-parleurs



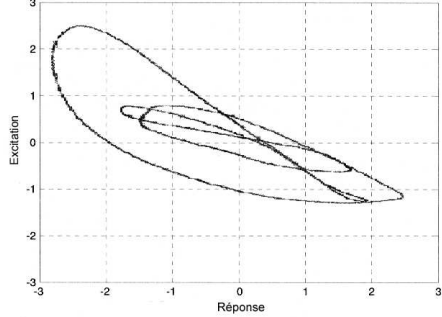
(a) Courbe de Lissajous pour une excitation harmonique de niveau bas, pour un dispositif linéaire



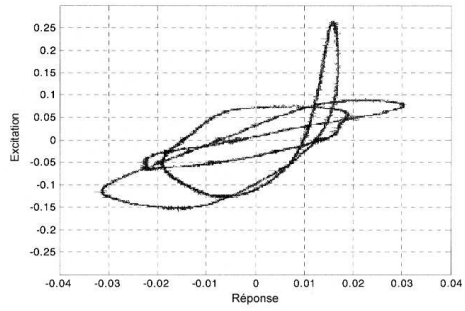
(b) Courbe de Lissajous pour une excitation harmonique de niveau haut, pour un dispositif linéaire



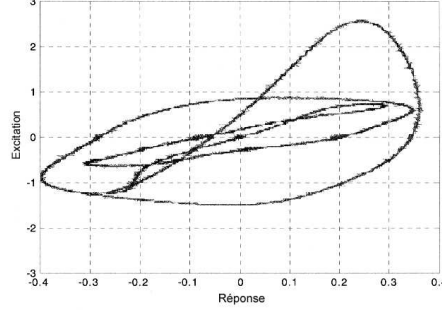
(c) Haut-parleur 1



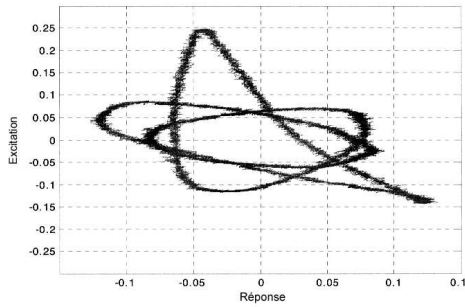
(d) Haut-parleur 1



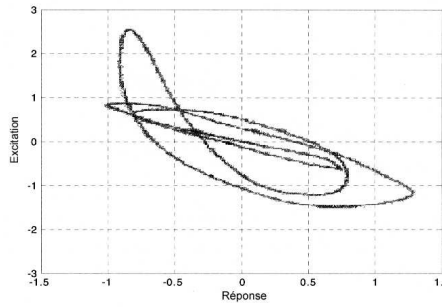
(e) Haut-parleur 2



(f) Haut-parleur 2



(g) Haut-parleur 3



(h) Haut-parleur 3

FIG. 4.16: Représentation, sous la forme de courbes de Lissajous, du comportement de différents haut-parleurs, pour un niveau d'excitation haut et bas.

A gauche, les courbes représentent le comportement des ces haut-parleurs pour un niveau bas d'excitation. A droite, pour un niveau d'excitation haut. Cette disposition permet une comparaison rapide entre les niveaux d'excitation et les dispositifs électroacoustiques mesurés. Les courbes de Lissajous ont des allures complexes, qui diffèrent en fonction du haut-parleur et du niveau d'excitation.

4.7 Conclusion

L'apparition de produits de distorsion a été mise en évidence par des mesures utilisant des excitations harmoniques. Cela démontre que la caractérisation de haut-parleur ne peut être basée sur l'utilisation des fonctions de transfert. Celles-ci sont en effet définies comme le rapport complexe des composantes de la réponse sur celles de l'excitation. Or la réponse peut comporter des composantes qui n'existent pas dans l'excitation ; elle n'est ainsi pas linéairement dépendante de l'excitation.

L'insuffisance des méthode classiques est confirmée par ces résultats. L'utilisation d'une excitation multitons s'impose pour quantifier les phénomènes non linéaires. Il faut un outil mathématique pour tirer parti de la richesse des résultats de mesure offerte par ce type d'excitation. Les réponses, tant en amplitude qu'en phase, doivent être prises en compte. La théorie de Volterra et les noyaux du même nom répondent à ces exigences.

5 Les séries de Volterra

5.1 Introduction

Les séries de Volterra sont un outil mathématique permettant de décrire le comportement d'un système non linéaire. Elles peuvent être utilisées indifféremment dans le domaine temporel ou fréquentiel. Les différents ordres de non-linéarités sont représentés distinctement par ce que l'on nomme les noyaux de Volterra. Chaque noyau contient la description du comportement du système à l'ordre concerné.

Les noyaux de Volterra se prêtent bien à la modélisation des haut-parleurs, qui, de manière générale, présentent de faibles non-linéarités.

5.2 Conditions à l'utilisation des séries de Volterra

S'il est faiblement non linéaire, un système peut être décrit par les séries de Volterra. En première approximation, on considère qu'il se comporte qualitativement comme un système linéaire, et qu'il est caractérisé par un comportement asymptotique unique [22].

Par définition, la stabilité stricte d'un système linéaire nécessite que l'intégrale du module de la réponse impulsionnelle de celui-ci soit finie et que sa fonction de transfert ne comporte de pôles ni dans le demi-plan complexe à partie réelle positive, ni sur l'axe imaginaire. Les noyaux temporels et fréquentiels d'un système non linéaire décrit par une série de Volterra devront vérifier ces deux propriétés. Ils représentent une généralisation des fonctions de transfert d'ordre 1 (rapport de la réponse à l'excitation) aux ordres plus élevés.

5.3 Séries de Volterra dans le domaine temporel

5.3.1 Définition

Le schéma-bloc 5.1 représente un système décrit par les séries de Volterra, où $e(t)$ est l'excitation et $r(t)$, la réponse. Les fonctions h_n déterminent le système. Elles sont appelées noyaux de Volterra.

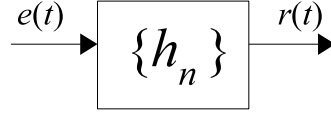


FIG. 5.1: Système représenté par les séries de Volterra.

Les séries de Volterra se définissent dans le domaine temporel par :

$$r(t) = \sum_{n=1}^{\infty} c_n \int_{-\infty}^{+\infty} \cdots \int_{-\infty}^{+\infty} h_n(\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_n) e(t-\tau_1) \cdot e(t-\tau_2) \cdots e(t-\tau_n) d\tau_1 d\tau_2 \dots d\tau_n \quad (5.1)$$

où e est l'excitation, c_n , les coefficients du développement limité selon Taylor et τ_i , les variables d'intégration représentant des retards.

5.3.2 Noyaux dans le domaine temporel

Supposons que l'excitation e est définie par la relation

$$e(t) = 1(t) \sum_{i=1}^K \hat{A}_i \Re(\exp(s_i t)) \quad (5.2)$$

où \hat{A}_i représente l'amplitude, $s_i = \sigma_i + j\omega_i$ est la variable de Laplace complexe, σ_i , le facteur d'affaiblissement et où $1(t)$ est définie comme la fonction échelon unité :

$$1(t) = \begin{cases} 0 & \text{pour } t < 0 \\ 1 & \text{pour } t \geq 0 \end{cases} \quad (5.3)$$

La réponse $r(t)$ du système à cette excitation peut s'exprimer, à l'aide de l'opérateur causal non linéaire et invariant N , comme une série de Volterra [5] :

$$r(t) = Ne(t) = \sum_{n=0}^{\infty} r_n(t) \quad (5.4)$$

où la composante d'ordre n s'exprime comme suit :

$$N_n(e_1, \dots, e_n) = \int_{-\infty}^{+\infty} \cdots \int_{-\infty}^{+\infty} h_n(\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_n) e_1(t-\tau_1) \cdot e_2(t-\tau_2) \cdots e_n(t-\tau_n) d\tau_1 d\tau_2 \dots d\tau_n \quad (5.5)$$

5.4 Séries de Volterra dans le domaine fréquentiel

h_n étant une distribution symétrique sur $(\mathbb{R}^+)^n$, appelée $n^{\text{ème}}$ noyau de Volterra de N ou noyau d'ordre n . A chaque h_n est associée une fonction multilinéaire symétrique N_n , définie par

$$r_n(t) = N_n(e, e, \dots, e). \quad (5.6)$$

Les propriétés de symétrie associées à N_n sont définies par la relation

$$N_n(e_1, e_2, \dots, e_n) = N_n(e_{i_1}, e_{i_2}, \dots, e_{i_n}) \quad (5.7)$$

où $\{i_1, i_2, \dots, i_n\}$ sont les permutations de $\{1, 2, \dots, n\}$.

Les propriétés de multilinéarité associées à N_n sont quant à elles définies par les relations

$$N_n(\alpha e_1, \alpha e_2, \dots, \alpha e_n) = \alpha^n N_n(e_1, e_2, \dots, e_n) \quad (5.8)$$

La détermination des noyaux de Volterra consiste donc à trouver les composantes h_n . Il découle de la définition des équations 5.4 et 5.5 que la connaissance des noyaux h_n suffit à déterminer la réponse du système à une excitation quelconque.

En conséquence, un système non linéaire peut être représenté comme un ensemble de “boîtes noires” mises en parallèle, chacune étant responsable d'un ordre de non-linéarité. La réponse correspondant aux différents ordres de non-linéarités peut ainsi être détaillée individuellement.

Il y a deux manières de trouver les h_n : à partir de la loi de non-linéarité, comme dans l'exemple didactique proposé plus loin, ou à partir d'une expérimentation tel qu'explicitée au chapitre 6. A l'aide des h_n mesurés, il est possible de retrouver une approximation analytique de la loi de non-linéarité du système.

Dans la pratique, on se limite par nécessité aux premiers ordres.

5.4 Séries de Volterra dans le domaine fréquentiel

5.4.1 Définition

Les noyaux de Volterra fréquentiels sont les transformées de Laplace des noyaux de Volterra temporels :

$$\mathbb{H}_n(s_1, \dots, s_n) = \int_{-\infty}^{+\infty} \dots \int h_n(\tau_1, \dots, \tau_n) \exp^{-(s_1\tau_1 + \dots + s_n\tau_n)} \cdot d\tau_1 \dots d\tau_n \quad (5.9)$$

Nous nous placerons dans le cas particulier où $s = j\omega$.

5.4.2 Noyaux dans le domaine fréquentiel

La réponse d'un système est la somme des réponses correspondant aux différents ordres de non-linéarités [12]. Dans le domaine fréquentiel, on exprimera cette réponse par la relation

$$\underline{R}(j\omega) = \underline{R}_1(j\omega_1) + \underline{R}_2(j\omega_1, j\omega_2) + \dots + \underline{R}_n(j\omega_1, \dots, j\omega_n) \quad (5.10)$$

Chaque réponse $\underline{R}_1, \dots, \underline{R}_n$ est exprimée par un opérateur linéaire, de la même manière qu'un produit de l'excitation $\underline{E}(j\omega)$ l'est par une fonction de transfert multidimensionnelle $\underline{H}_1, \underline{H}_2, \dots, \underline{H}_n$. Les composantes de la réponse aux différents ordres sont respectivement :

$$\begin{aligned} \underline{R}_1(j\omega_1) &= \underline{H}_1(j\omega_1)\underline{E}(j\omega_1), \\ \underline{R}_2(j\omega_1, j\omega_2) &= \underline{H}_2(j\omega_1, j\omega_2)\underline{E}(j\omega_1)\underline{E}(j\omega_2), \\ &\vdots = \vdots \\ \underline{R}_n(j\omega_1, j\omega_2, \dots, j\omega_n) &= \underline{H}_n(j\omega_1, \dots, j\omega_n)\underline{E}(j\omega_1)\underline{E}(j\omega_2) \dots \underline{E}(j\omega_n) \end{aligned} \quad (5.11)$$

Les noyaux fréquentiels s'expriment de la manière suivante :

$$\begin{aligned} \underline{H}_1(j\omega_1) &= \int_{-\infty}^{+\infty} h_1(\tau_1) \exp(-j(\omega_1\tau_1)) d\tau_1 \\ \underline{H}_2(j\omega_1, j\omega_2) &= \int_{-\infty}^{+\infty} h_2(\tau_1, \tau_2) \exp(-j(\omega_1\tau_1 + \omega_2\tau_2)) d\tau_1 d\tau_2 \\ &\vdots = \vdots \\ \underline{H}_n(j\omega_1, \dots, j\omega_n) &= \int_{-\infty}^{+\infty} h_n(\tau_1, \dots, \tau_n) \exp(-j(\omega_1\tau_1 + \dots + \omega_n\tau_n)) d\tau_1 \dots d\tau_n \end{aligned} \quad (5.12)$$

La fonction $\underline{H}_1(j\omega_1)$ est une fonction de transfert complexe classique, dont le module $|\underline{H}_1(j\omega_1)|$ représente la réponse en gain, et l'argument $\arg \{\underline{H}_1(j\omega_1)\}$, la réponse en phase.

Le module de la réponse en fréquence $|\underline{H}(j\omega_1, j\omega_2)|$ de la fonction de transfert de second ordre est une fonction de deux fréquences, qui peut être représentée graphiquement sous la forme d'une surface. Il en va de même pour la réponse en phase du second ordre. Pour les fonctions d'ordres supérieurs, l'interprétation graphique perd de son intérêt.

On peut représenter la décomposition d'un système non linéaire par une mise en cascade des différents noyaux fréquentiels, le noyau d'ordre 1 représentant la partie linéaire et les noyaux d'ordre 2 à n représentant les non-linéarités du système, comme illustré à la figure 5.2.

5.5 Exemple d'application dans le domaine temporel

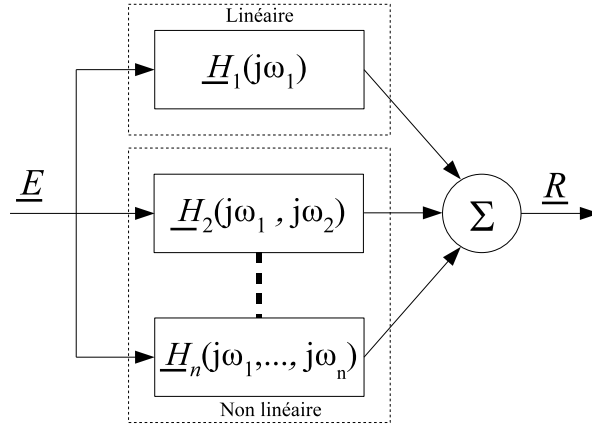


FIG. 5.2: Système non linéaire décomposé en noyaux de Volterra fréquentiels.

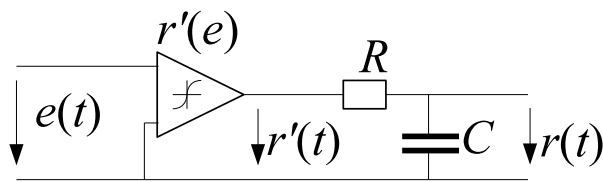


FIG. 5.3: Circuit électronique équivalent à un amplificateur opérationnel réel, choisi comme exemple à étudier à l'aide des séries de Volterra.

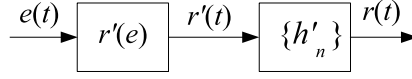


FIG. 5.4: Schéma-bloc de l'exemple traité.

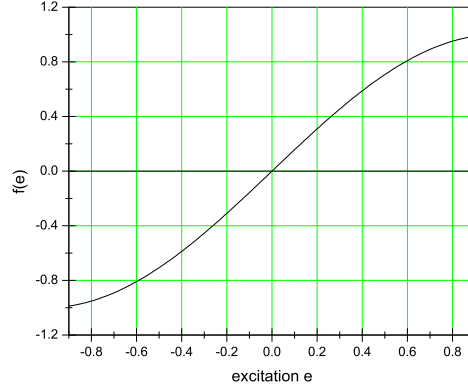


FIG. 5.5: Représentation graphique de la fonction *sinus* par laquelle est modélisé le comportement non linéaire de l'exemple de l'amplificateur opérationnel non idéal.

5.5 Exemple d'application dans le domaine temporel

Considérons l'exemple réaliste, illustré par la figure 5.3, d'un amplificateur opérationnel non idéal, dont la bande de fréquence est limitée vers le haut par une fréquence de coupure f_f . Le système à étudier peut se décomposer en deux blocs en cascade, représentés à la figure 5.4.

Le premier est un système non linéaire sans retard, assurant l'amplification. On peut modéliser sa réponse imparfaite par une fonction non linéaire $r'(e)$, dont l'allure est approchée par la fonction *sinus*. Le second est un système linéaire avec mémoire, caractérisé par sa constante de temps $t_f = RC$. On a déjà représenté ce biporte à la figure 2.3 (p. 7).

On s'intéresse à la loi non linéaire 5.13 liant la réponse $r'(t)$ du premier bloc et l'excitation $e(t)$, représentée par le graphique de la figure 5.5 :

$$r'(e) = \sin\left(\frac{\pi}{2}e\right) \quad (5.13)$$

5.5 Exemple d'application dans le domaine temporel

Le développement de Taylor de $r'(e)$ autour de zéro, jusqu'à l'ordre 3, s'écrit :

$$\sin\left(\frac{\pi}{2}e\right) \approx \left(\frac{\pi}{2}\right)e - \frac{1}{3!}\left(\frac{\pi}{2}e\right)^3 \quad (5.14)$$

On peut alors écrire :

$$r'(t) = \left(\frac{\pi}{2}\right)e(t) - \frac{1}{3!}\left(\frac{\pi}{2}\right)^3 e^3(t) \quad (5.15)$$

Considérons la fonction de transfert en tension $H'(j\omega) = \frac{E_r(j\omega)}{E_{r'}(j\omega)}$ du biporte RC , avec un courant de sortie nul ($Z_c \rightarrow \infty$), donnée par la relation :

$$H'(j\omega) = \frac{1}{1 + j\omega \cdot t_f} \quad \text{avec } t_f = RC \quad (5.16)$$

La réponse impulsionnelle du biporte RC est donnée par la relation :

$$g(t) = 1(t) \cdot \frac{1}{t_f} \cdot e^{-t/t_f} \quad (5.17)$$

où $1(t)$ est l'échelon unité défini par la relation 5.3.

On peut maintenant exprimer $r(t)$ en fonction de $r'(t)$. On obtient :

$$r(t) = h'(t) * r'(t) \quad (5.18)$$

où $h'(t)$ est la réponse impulsionnelle du filtre passe-bas 5.17.

La combinaison des relations 5.15 et 5.17 permet d'exprimer les noyaux d'ordres 1, 2 et 3 dans le domaine temporel de la manière suivante :

$$\begin{aligned} r(t) = & \int_{-\infty}^{+\infty} \left(\frac{\pi}{2}\right) \cdot 1(t) \cdot \frac{1}{t_f} \cdot \exp\left(-\frac{t}{t_f}\right) \cdot e(t - \tau) d\tau \\ & - \left(\frac{1}{3!}\right) \cdot \left(\frac{\pi}{2}\right)^3 \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \left(\frac{1}{t_f}\right) \cdot 1(t) \cdot \exp\left(-\frac{t}{t_f}\right) \cdot e^3(t - \tau) d\tau^3 \end{aligned}$$

que l'on peut réécrire, en fonction des noyaux h_1 à h_3 :

$$\begin{aligned} r(t) = & \int_{-\infty}^{+\infty} h_1(\tau) \cdot e(t - \tau) d\tau \\ & + \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} h_3(\tau_1, \tau_2, \tau_3) \cdot e(t - \tau_1) e(t - \tau_2) e(t - \tau_3) d\tau_1 d\tau_2 d\tau_3 \end{aligned}$$

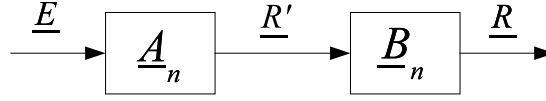


FIG. 5.6: Schéma-bloc, dans le domaine fréquentiel, de l'exemple traité.

Par identification, on en déduit les résultats suivants :

$$h_1(\tau_1) = \left(\frac{\pi}{2}\right) \cdot 1(\tau_1) \cdot \left(\frac{1}{t_f}\right) \cdot \exp\left(-\frac{\tau_1}{t_f}\right) \quad (5.19)$$

$$h_2(\tau_1, \tau_2) = 0 \quad (5.20)$$

$$h_3(\tau_1, \tau_2, \tau_3) = \left(-\frac{1}{3!} \cdot \left(\frac{\pi}{2}\right)^3\right) \cdot \left(\frac{1}{t_f}\right) \cdot 1(\tau_1) \cdot 1(\tau_2) \cdot 1(\tau_3) \cdot \exp\left(-\frac{\tau_1 + \tau_2 + \tau_3}{t_f}\right) \quad (5.21)$$

5.6 Exemple d'application dans le domaine fréquentiel

Reprenons à présent, dans le domaine fréquentiel, l'exemple analysé dans la section 5.5. Le schéma bloc devient dans ce cas celui de la figure 5.6.

Le développement en série de Taylor nous donne les valeurs des noyaux fréquentiels A_1 à A_3 :

$$\begin{aligned} A_1(j\omega_1) &= \frac{\pi}{2} \\ A_2(j\omega_1, j\omega_2) &= 0 \\ A_3(j\omega_1, j\omega_2, j\omega_3) &= -\frac{1}{3!} \left(\frac{\pi}{2}\right)^3 \end{aligned} \quad (5.22)$$

On peut appliquer la formule 5.23 [22] pour calculer les noyaux de Volterra dans le domaine fréquentiel :

$$H_n(j\omega_1, \dots, j\omega_n) = B_n(j\omega_1 + \dots + j\omega_n) \cdot A_n(j\omega_1, \dots, j\omega_n). \quad (5.23)$$

Soit encore, pour les ordres 1 à 3 :

$$\begin{aligned} H_1(j\omega_1) &= A_1(j\omega_1) \cdot B_1(j\omega_1) \\ H_2(j\omega_1, j\omega_2) &= A_2(j\omega_1, j\omega_2) \cdot B_1(j\omega_1 + j\omega_2) \\ H_3(j\omega_1, j\omega_2, j\omega_3) &= A_3(j\omega_1, j\omega_2, j\omega_3) \cdot B_1(j\omega_1 + j\omega_2 + j\omega_3) \end{aligned} \quad (5.24)$$

5.6 Exemple d'application dans le domaine fréquentiel

Or la réponse fréquentielle d'un filtre passe-bas est connue. Elle est donnée par la relation

$$B_1(j\omega) = \frac{1}{1 + j\omega t_f} \quad (5.25)$$

et l'on déduit des relations 5.22 à 5.25 les noyaux de Volterra fréquentsiels suivants :

$$\begin{aligned} H_1(j\omega_1) &= \frac{\pi}{2} \cdot \frac{1}{1 + j\omega_1 t_f} \\ H_2(j\omega_1, j\omega_2) &= 0 \\ H_3(j\omega_1, j\omega_2, j\omega_3) &= -\frac{1}{3!} \left(\frac{\pi}{2} \right)^3 \cdot \frac{1}{1 + (j\omega_1 + j\omega_2 + j\omega_3)t_f} \end{aligned} \quad (5.26)$$

A l'aide de ces noyaux, il est possible de calculer la distorsion harmonique et les produits d'intermodulation.

5.6.1 Calcul de la distorsion harmonique

Déterminons, au moyen des noyaux calculés, la distorsion harmonique d'ordre 3, $D_3(\hat{E}, \omega)$, avec une excitation type $e(t) = \hat{E} \cos(\omega t)$. On recourt à la formule [22] :

$$D_n(\hat{E}, \omega) \cong \sum_{n=2}^{\infty} \frac{|H_n(j\omega, \dots, j\omega)|^2}{|H_1(j\omega)|^2} \cdot \left(\frac{\hat{E}}{2} \right)^{2n-2} \quad (5.27)$$

Seul le terme $D_3(\hat{E}, \omega)$ doit être calculé ; $H_2(j\omega_1, j\omega_2)$ étant nul, $D_2(\hat{E}, \omega)$ est également nulle :

$$\begin{aligned} D_3(\hat{E}, \omega) &\cong \frac{|H_3(j\omega, j\omega, j\omega)|^2}{|H_1(j\omega)|^2} \cdot \left(\frac{\hat{E}}{2} \right)^4 \\ &\cong \left(\frac{\hat{E}^4}{16} \right) \cdot \left(\frac{\pi}{2} \right)^4 \cdot \left(\frac{1}{3!} \right)^2 \cdot \left(\frac{1 + \omega^2 t_f^2}{1 + 9\omega^2 t_f^2} \right) \end{aligned} \quad (5.28)$$

5.6.2 Calculs de la distorsion par produits d'intermodulation

Supposons une excitation du type

$$e(t) = \hat{A} \cos(\omega_A \cdot t) + \hat{B} \cos(\omega_B \cdot t) \quad (5.29)$$

A l'aide de la formule 5.30, où $k\omega_A + l\omega_B$ sont les termes d'intermodulation, on peut calculer les produits d'intermodulation suivants [22] :

$$I_{k,l} \cong \left(\frac{|k| + |l|}{|k|} \right)^2 \cdot \left(\frac{\hat{A}}{2} \right)^{|2k|} \cdot \left(\frac{\hat{B}}{2} \right)^{|2l|} \cdot |H_{|k|+|l|}(\pm j\omega_A, \dots, \pm j\omega_A; \pm j\omega_B, \dots, \pm j\omega_B)| \quad (5.30)$$

5 Les séries de Volterra

• si $k = l = 1$, on obtient immédiatement $I_{1,1} = 0$, car $\mathbb{H}_2 = 0$. On fera le même constat si $k = \pm 1, l = \pm 1$ et pour $k = l = -1$. Les produits d'intermodulation de premier ordre seront donc tous nuls.

• si $k = 1$ et $l = 2$, on aura :

$$\begin{aligned} I_{1,2} &= \binom{3}{1}^2 \cdot \left(\frac{\hat{A}}{2}\right)^2 \cdot \left(\frac{\hat{B}}{2}\right)^4 \cdot |\mathbb{H}_3(j\omega_A, j\omega_B, j\omega_B)|^2 \\ &= \binom{3}{1}^2 \cdot \left(\frac{\hat{A}}{2}\right)^2 \cdot \left(\frac{\hat{B}}{2}\right)^4 \cdot \left| \left(-\frac{\pi}{2}\right)^3 \cdot \frac{1}{1 + (j\omega_A + 2j\omega_B)t_f} \right|^2 \\ &= \frac{9}{64} \cdot \hat{A}^2 \hat{B}^4 \cdot \left(\frac{\pi}{2}\right)^6 \cdot \left(\frac{1}{1 + ((\omega_A + 2\omega_B)t_f)^2} \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} I_{-1,2} &= \binom{3}{1}^2 \cdot \left(\frac{\hat{A}}{2}\right)^2 \cdot \left(\frac{\hat{B}}{2}\right)^4 \cdot |\mathbb{H}_3(-j\omega_A, j\omega_B, j\omega_B)|^2 \\ &= \frac{9}{64} \cdot \hat{A}^2 \hat{B}^4 \cdot \left(\frac{\pi}{2}\right)^6 \cdot \left(\frac{1}{1 + ((-\omega_A + 2\omega_B)t_f)^2} \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} I_{1,-2} &= \binom{3}{1}^2 \cdot \left(\frac{\hat{A}}{2}\right)^2 \cdot \left(\frac{\hat{B}}{2}\right)^4 \cdot |\mathbb{H}_3(j\omega_A, -j\omega_B, j\omega_B)|^2 \\ &= \frac{9}{64} \cdot \hat{A}^2 \hat{B}^4 \cdot \left(\frac{\pi}{2}\right)^6 \cdot \left(\frac{1}{1 + ((\omega_A - 2\omega_B)t_f)^2} \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} I_{-1,-2} &= \binom{3}{1}^2 \cdot \left(\frac{\hat{A}}{2}\right)^2 \cdot \left(\frac{\hat{B}}{2}\right)^4 \cdot |\mathbb{H}_3(-j\omega_A, -j\omega_B, -j\omega_B)|^2 \\ &= \frac{9}{64} \cdot \hat{A}^2 \hat{B}^4 \cdot \left(\frac{\pi}{2}\right)^6 \cdot \left(\frac{1}{1 + ((-\omega_A - 2\omega_B)t_f)^2} \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} I_{2,1} &= \binom{3}{2}^2 \cdot \left(\frac{\hat{A}}{2}\right)^4 \cdot \left(\frac{\hat{B}}{2}\right)^2 \cdot |\mathbb{H}_3(j\omega_A, j\omega_A, j\omega_B)|^2 \\ &= \frac{9}{64} \cdot \hat{A}^2 \hat{B}^4 \cdot \left(\frac{\pi}{2}\right)^6 \cdot \left(\frac{1}{1 + ((2\omega_A + \omega_B)t_f)^2} \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} I_{2,-1} &= \binom{3}{2}^2 \cdot \left(\frac{\hat{A}}{2}\right)^4 \cdot \left(\frac{\hat{B}}{2}\right)^2 \cdot |\mathbb{H}_3(j\omega_A, j\omega_A, -j\omega_B)|^2 \\ &= \frac{9}{64} \cdot \hat{A}^2 \hat{B}^4 \cdot \left(\frac{\pi}{2}\right)^6 \cdot \left(\frac{1}{1 + ((2\omega_A - \omega_B)t_f)^2} \right) \end{aligned}$$

5.6 Exemple d'application dans le domaine fréquentiel

$$\begin{aligned}
 I_{-2,1} &= \left(\frac{3}{2}\right)^2 \cdot \left(\frac{\hat{A}}{2}\right)^4 \cdot \left(\frac{\hat{B}}{2}\right)^2 \cdot |\mathbb{H}_3(-j\omega_A, -j\omega_A, j\omega_B)|^2 \\
 &= \frac{9}{64} \cdot \hat{A}^2 \hat{B}^4 \cdot \left(\frac{\pi}{2}\right)^6 \cdot \left(\frac{1}{1 + ((-2\omega_A + \omega_B)t_f)^2}\right)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 I_{-2,-1} &= \left(\frac{3}{2}\right)^2 \cdot \left(\frac{\hat{A}}{2}\right)^4 \cdot \left(\frac{\hat{B}}{2}\right)^2 \cdot |\mathbb{H}_3(-j\omega_A, -j\omega_A, -j\omega_B)|^2 \\
 &= \frac{9}{64} \cdot \hat{A}^2 \hat{B}^4 \cdot \left(\frac{\pi}{2}\right)^6 \cdot \left(\frac{1}{1 + ((-2\omega_A - \omega_B)t_f)^2}\right)
 \end{aligned}$$

On constate qu'il y a une symétrie dans les produits d'intermodulation : le produit d'intermodulation $I_{1,2}$ est le symétrique de $I_{-1,-2}$; il en est de même pour $I_{-1,2}$ et $I_{1,-2}$, pour $I_{2,1}$ et $I_{-2,-1}$, et pour $I_{-2,1}$ et $I_{2,-1}$.

Les figures 5.7 à 5.10 donnent quatre produits d'intermodulation.

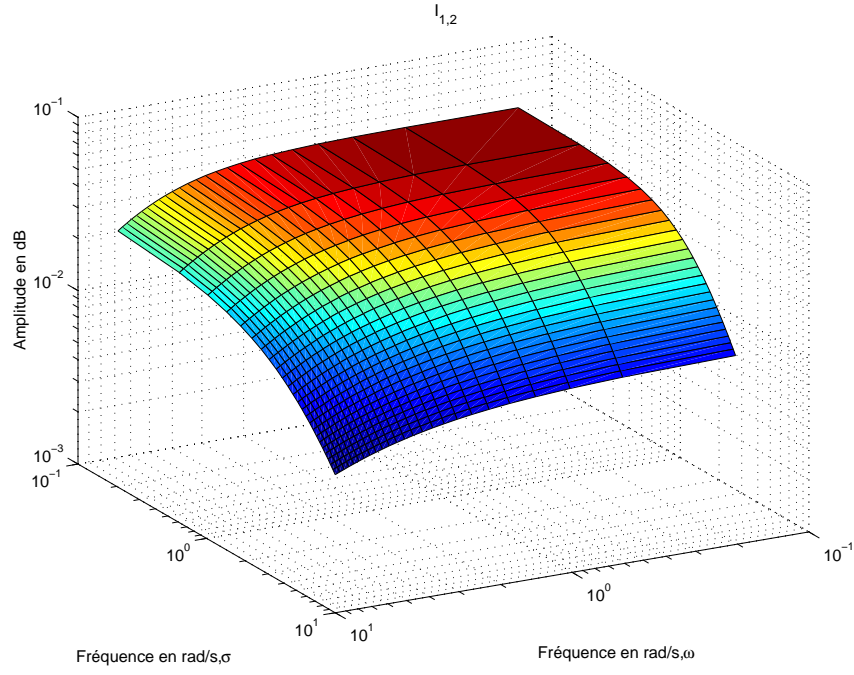


FIG. 5.7: Produit d'intermodulation $I_{1,2}$ et $I_{-1,-2}$.

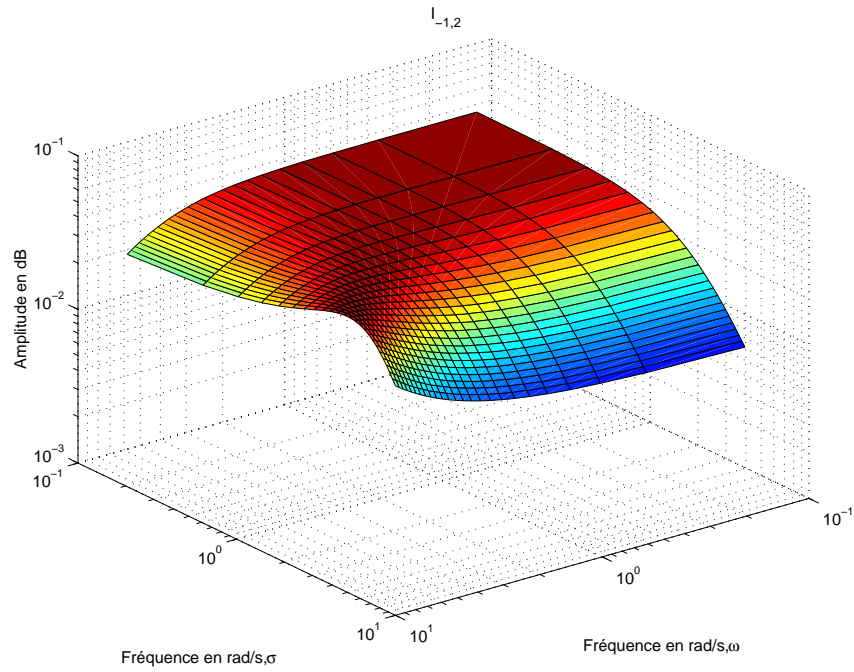


FIG. 5.8: Produit d'intermodulation $I_{-1,2}$ et $I_{1,-2}$.

5.6 Exemple d'application dans le domaine fréquentiel

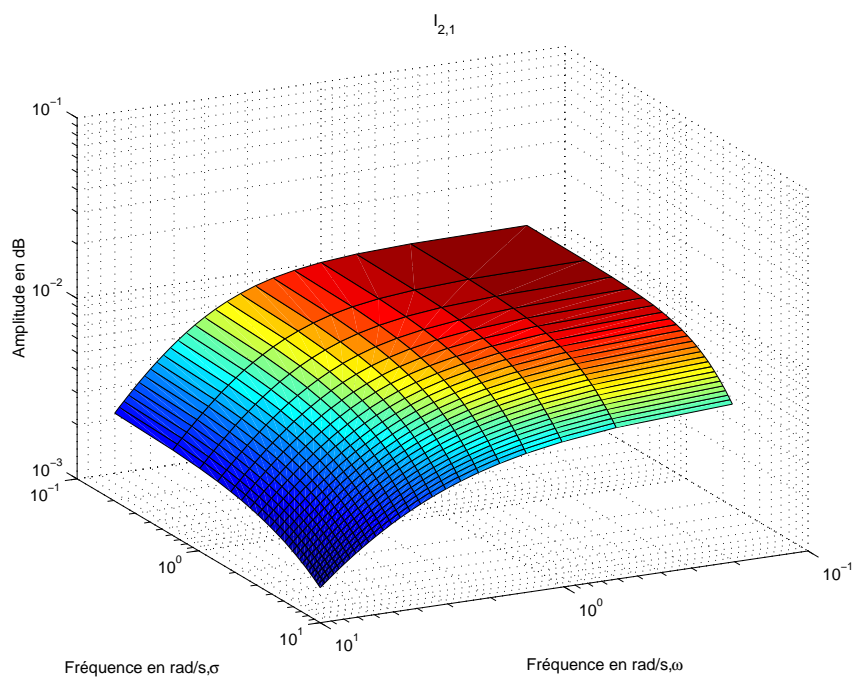


FIG. 5.9: Produit d'intermodulation $I_{2,1}$ et $I_{-2,-1}$.

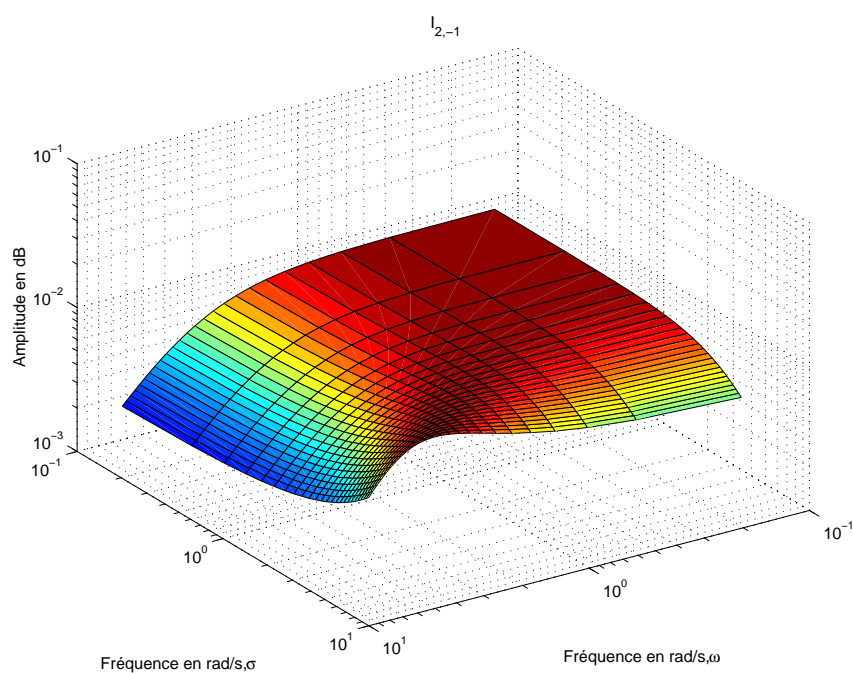


FIG. 5.10: Produit d'intermodulation $I_{2,-1}$ et $I_{-2,1}$.

6 Caractérisation expérimentale des non-linéarités à l'aide des noyaux de Volterra

6.1 Introduction

La maîtrise de la compensation des effets de la non-linéarité d'un système haut-parleur par la non-linéarité inverse placée en amont requiert la connaissance précise de la loi non linéaire. Du fait de la limitation des méthodes de caractérisation classiques, une méthode expérimentale de caractérisation des non-linéarités est indispensable. On a opté pour celle basée sur l'utilisation des séries de Volterra – dont les noyaux sont calculés à partir de la réponse mesurée – et pour les excitations multitons.

Le dispositif expérimental mis en place pour mesurer la réponse d'un système à une excitation donnée ne permet de caractériser que les non-linéarités du système dans son entier, à savoir : le haut-parleur avec son amplificateur et le microphone de mesure, et non uniquement les non-linéarités propres au haut-parleur. Le dispositif utilisé est présenté dans l'annexe A.4. La figure 6.1 est l'illustration du système haut-parleur dont on souhaite compenser les non-linéarités. Toutefois, les microphones de mesure présentent des non-linéarités bien inférieures à celles du système amplificateur et haut-parleur.

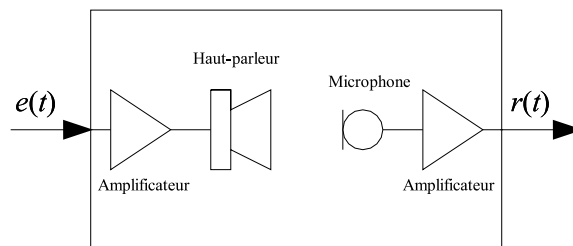


FIG. 6.1: Système électroacoustique à caractériser.

6.2 Méthode de mesurage des noyaux de Volterra

6.2.1 Descriptif

Les étapes menant à la détermination des noyaux de Volterra sont résumées par les organigrammes des figures 6.2 à 6.4. La caractérisation nécessite en premier lieu l'utilisation d'une excitation appropriée. Celle-ci est générée par un programme informatique, sous forme d'un fichier audio numérique au format PCM.Wav (Fig. 6.2). Les paramètres déterminants sont l'amplitude, la phase et la fréquence des composantes de l'excitation, ainsi que leur nombre. La fréquence d'échantillonnage et la quantification entrent aussi en ligne de compte.

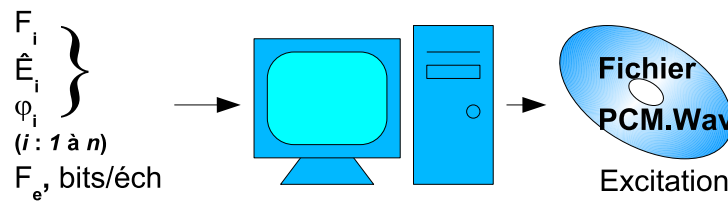


FIG. 6.2: Génération des excitations.

La réponse du système à cette excitation est mesurée. L'excitation et la réponse sont enregistrées simultanément (Fig. 6.3).

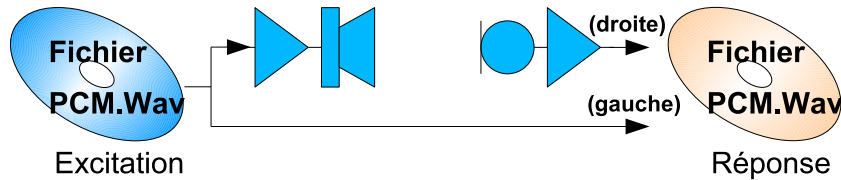


FIG. 6.3: Analyse des résultats et extraction des noyaux.

On extrait ensuite les noyaux de Volterra à partir de la réponse mesurée (Fig. 6.4).

6.2.2 Gestion par le programme

La réalisation d'un ensemble complexe de tâches requiert un outil souple et puissant. C'est l'outil de Développement Rapide *RAD Delphi 7* de Borland qui a été choisi pour des raisons de connaissance de l'auteur.

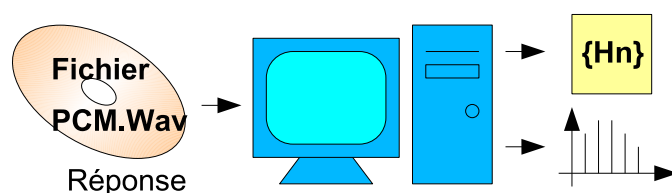


FIG. 6.4: Détermination des noyaux de Volterra.

Le programme permet d'exploiter l'ensemble des possibilités offertes par les fichiers au format PCM.Wav. A savoir la lecture, l'écriture et l'écoute de tout fichier audio, mono ou bivoies, avec une quantification sur 8 ou 16 bits, pour toute valeur de fréquence d'échantillonnage et de longueur de fichier.

6.2.3 Format PCM.Wav

Le format de fichier audio PCM.Wav est un sous-ensemble du format de fichiers multimédias RIFF de Microsoft. Il est constitué d'un en-tête comportant les informations utiles à sa lecture – taille, mode (Mono ou Stéréo, quantification sur 8 ou 16 bits par échantillon et fréquence d'échantillonnage). Les données proprement dites sont la forme d'onde du signal audio, échantillonné à fréquence fixe. Dans la version PCM, on les trouve sous leur forme canonique, non compressée.

S'il apparaît clairement que ce type de fichier peut être utilisé en tant que support informatique des excitations sonores à appliquer aux dispositifs électroacoustiques testés, il s'avère également que l'on peut en tirer parti pour enregistrer la réponse du système étudié.

Plus précisément, on profitera de la possibilité d'enregistrer des informations simultanément sur deux canaux distincts, identifiés comme les voies gauche et droite. En effet, l'analyse en série de Volterra nécessite de disposer simultanément des informations temporelles de l'excitation et de la réponse. Ainsi, lors des campagnes de mesure, l'excitation est appliquée au dispositif à l'aide d'un fichier au format PCM Wav, tandis que sont enregistrées simultanément dans un autre fichier cette même excitation et la réponse du système. Le traitement des résultats de mesure s'en trouve ainsi grandement simplifié. De manière arbitraire, le canal gauche a été attribué à l'excitation, cependant que le canal droit est attribué à la réponse.

6.3 Excitation spécifique à la mesure des noyaux de Volterra

Leur mesure nécessite que l'on applique au dispositif une excitation harmonique [5], composée d'une somme de sinusoïdes. Les paramètres suivants, caractérisant le signal

d'excitation, devront être pris en compte :

- le nombre de composantes
- leur fréquence
- leur amplitude
- leur phase.

6.3.1 Nombre de composantes

Ce paramètre détermine l'efficacité de la méthode. Le traitement numérique de l'excitation impose une analyse individuelle de chaque composante du spectre.

Une excitation constituée d'un nombre élevé de composantes permettra une grande efficacité de calcul, étant donné que les valeurs des noyaux seront déterminées simultanément en de nombreux points, pour un temps de calcul similaire. Sa précision sera cependant moindre. A l'inverse, une excitation formée d'un petit nombre de composantes favorisera une grande précision de calcul. Son efficacité s'en trouvera néanmoins réduite. Un compromis doit être trouvé.

Le nombre de points p , c'est-à-dire le nombre de valeurs numériques, extraits par mesure, en fonction du nombre de composantes m , répond à une loi linéaire pour les noyaux d'ordre 1 ($p = m$), quadratique pour l'ordre 2 ($p = \frac{m(m+1)}{2!}$) ... et d'ordre n pour des noyaux d'ordre n ($p = \frac{(m+n)!}{(m-1)!n!}$). Ces lois sont illustrées par la figure 6.5 pour les ordres 1 à 4.

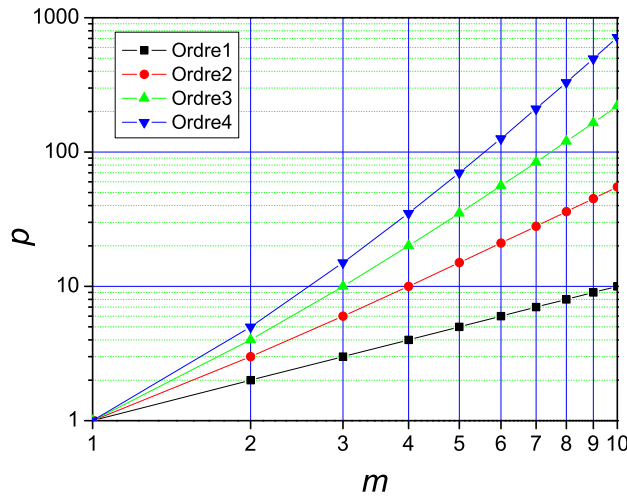


FIG. 6.5: Evolution du nombre de points mesurés, en fonction du nombre de composantes, pour les ordres 1 à 4.

6.3 Excitation spécifique à la mesure des noyaux de Volterra

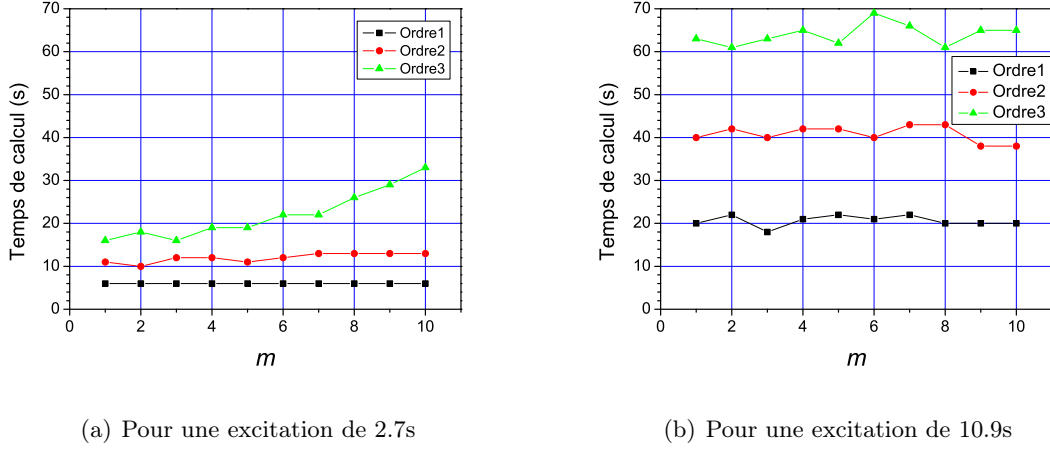


FIG. 6.6: Temps de calcul en fonction du nombre de composantes, pour les ordres 1, 2 et 3.

Le graphique de la figure 6.6 représente, pour les ordres 1 à 3, le temps de calcul nécessaire à l'extraction des noyaux à partir d'une excitation d'une durée de 2.7 secondes (6.6(a)) et de 11 secondes (6.6(b)), en fonction du nombre de composantes. La réponse utilisée pour ce test correspond à la simulation d'un polynôme d'ordre 3, (cf. exemple de l'AOP) suivi d'un filtre passe-bas. Le temps de calcul des mesures réelles montre un ordre de grandeur correct.

Pour un petit nombre de composantes, on constate que le temps de calcul est directement proportionnel à l'ordre et à la durée de l'excitation. Si cette dépendance était prévisible, il est en revanche intéressant de noter que le nombre de composantes n'a qu'une faible influence sur ce temps. Seule une augmentation nette de la durée de calcul en fonction du nombre de composantes a été observée dans le cas de l'extraction des noyaux d'ordre 3, pour des excitations de durée inférieure à une dizaine de secondes.

La figure 6.7 représente la dispersion de la valeur des modules des noyaux extraits en fonction du nombre de composantes. Les mêmes noyaux ont été mesurés consécutivement plusieurs fois, dans des conditions similaires ; seul le nombre de composantes était variable.

La mesure effectuée avec une seule composante offrant la meilleure précision, c'est elle qui a été choisie comme référence. Pour les mesures avec plusieurs composantes, on a déterminé le rapport des noyaux extraits avec une excitation composée de plusieurs composantes. La valeur maximale de ce rapport a été représentée comme un pourcentage en fonction du nombre de composantes. On observe une dérive de la valeur mesurée lorsque l'excitation devient trop complexe et que la quantité d'informations à extraire augmente. Si cette dérive demeure raisonnable à l'ordre 1 (moins de 24% de dispersion avec 12 composantes), elle devient très rapidement problématique aux ordres 2 et 3, dès que l'excitation est composée de 6 composantes ou plus. Il est également à noter que, lorsque l'erreur de mesure apparaît,

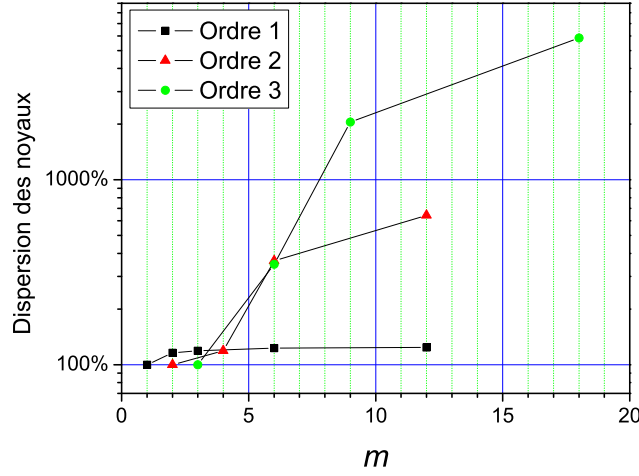


FIG. 6.7: Dispersion de la valeur des noyaux d'ordre 1 à 3 en fonction du nombre de composantes de l'excitation.

la tendance est systématiquement à la surestimation des noyaux. En conséquence, pour une caractérisation précise à l'aide des noyaux de Volterra, ceux-ci seront toujours extraits avec le minimum possible de composantes par excitation, la contrainte d'un temps de mesure long étant secondaire dans notre cas.

6.3.2 Répartition fréquentielle

La répartition fréquentielle des composantes est basée sur les principes proposés par Boyd [5] et Chua [9].

Un noyau d'ordre n est une fonction continue de n variables. Elle peut être approchée par un ensemble discret de points extraits des mesures, à la condition que leur densité soit suffisante. Un minimum de cinq à dix fréquences par décade semble constituer un compromis raisonnable.

Afin de garantir une bonne estimation des caractéristiques du système testé, une interpolation correcte des noyaux doit être effectuée. Si celle-ci est relativement simple à réaliser à l'ordre 1, il en va autrement aux ordres supérieurs, et tant la précision que le temps de calcul peuvent en pâtir.

Le cas des noyaux en phase est particulier, car la phase est définie à 2π près, et il faut prendre en compte les transitions de phases.

En augmentant le nombre de composantes, on peut obtenir rapidement un nombre élevé

6.3 Excitation spécifique à la mesure des noyaux de Volterra

de points par mesure. On définit alors des excitations multitons, constituées par ce que l'on appellera des groupes de fréquences, à savoir un ensemble de composantes formant l'excitation. Les fréquences de celles-ci répondent à des règles particulières.

Si plusieurs combinaisons de composantes produisent des interactions à la même fréquence, on parle de confusion de fréquences. Afin d'éviter ce phénomène préjudiciable à l'efficacité et à la précision de la mesure, les composantes harmoniques d'un fondamental seront choisies de manière à ce que l'ensemble de leurs combinaisons ne contienne que des termes uniques.

Pour la détermination du noyau d'ordre 2, une condition suffisante permettant d'éviter la confusion est de grouper les fréquences en deux groupes d'excitations harmoniques, afin que leurs fondamentaux (P, Q) soient premiers entre eux.

Dans le cas de la détermination des noyaux d'ordre 3, la génération de 3 groupes d'excitations harmoniques distincts de chaque harmonique m et multiples de $(P, Q, R) = (R_{min} - 1, R_{min}, R_{min} + D - 1)$ avec $R_{min} = (2m + 1)^2$ et $D = 2(m + 1)$ garantit une répartition des fréquences exempte de confusion [9].

Des règles similaires peuvent être établies pour les ordres supérieurs. Il est cependant à noter que la valeur des harmoniques $P, Q, R \dots$ croît rapidement avec l'ordre des noyaux.

6.3.3 Choix des amplitudes relatives

L'amplitude de l'excitation joue un rôle fondamental, dans la mesure où elle va déterminer le comportement du haut-parleur. Si l'on utilise une amplitude très faible, le haut-parleur se comportera de manière linéaire, et pratiquement aucune caractérisation de non-linéarité ne sera possible. C'est en augmentant l'amplitude de l'excitation que l'on amènera le haut-parleur à manifester un comportement non linéaire.

Pour une excitation donnée, une succession de plusieurs mesures à amplitude croissante est nécessaire à la détermination de la valeur du noyau en un point donné. Leur nombre sera au moins égal à l'ordre du noyau. On nommera e_i ces gains. On pourra augmenter la précision des résultats en fixant un nombre de gains d'excitation distincts supérieur à l'ordre du noyau ; une approximation des moindres carrés sur les résultats sera effectuée.

Les gains d'excitation e_i sont choisis de façon à disposer de la meilleure précision possible tout en restant dans le domaine de non-linéarité pour le dispositif.

Si les e_i sont choisis supérieurs à 1, ou si au contraire les coefficients ont des valeurs trop faibles, la résolution du système et l'extraction des points du noyau ne sont plus possibles. On veillera aussi à alterner le signe des coefficients, et à ne pas leur donner des valeurs trop proches.

Pour les ordres 1 à 4, les valeurs optimales ont été calculées sur la base des travaux de

Chua [9]. En voici les résultats :

$$\text{Ordre 1 : } e_1 = 1 \quad (6.1)$$

$$\begin{aligned} \text{Ordre 2 : } e_1 &= 1 \\ e_2 &= -1 \end{aligned} \quad (6.2)$$

$$\begin{aligned} \text{Ordre 3 : } e_1 &= 1 \\ e_2 &= 0.5 \\ e_3 &= -1 \end{aligned} \quad (6.3)$$

$$\begin{aligned} \text{Ordre 4 : } e_1 &= 1 \\ e_2 &= \sqrt{\sqrt{2} - 1} \\ e_3 &= -\sqrt{\sqrt{2} - 1} \\ e_4 &= -1 \end{aligned} \quad (6.4)$$

Par convention le signe $-$ représente une opposition de phase.

A défaut d'une possibilité matérielle plus fine, une quantification sur 16 bits a été retenue.

6.3.4 Choix des décalages

Le calage relatif des composantes joue un rôle tout aussi important que la répartition fréquentielle des composantes ou que leur amplitude. Une fois ces deux derniers paramètres fixés, elle détermine la valeur de crête de l'excitation.

6.3.5 Discrétisation temporelle

Une mesure de courbe de réponse du transducteur, \mathbb{H}_1 , permet de déterminer sa bande passante. Cette dernière constitue ici le domaine fréquentiel exploitable. Lorsqu'une excitation multitons est appliquée à un transducteur, la réponse mesurée contient les fréquences de l'excitation ainsi que tous les produits de distorsion générés. Aussi faut-il s'assurer que la fréquence d'échantillonnage choisie vérifie le principe de Shannon postulant que la fréquence maximale représentable par un signal échantillonné à une fréquence f_e est $\frac{f_e}{2}$. Dans notre cas, la fréquence la plus élevée de l'excitation pour chacun des ordres devra vérifier la relation

$$i \cdot f_{i,max} \leq \frac{f_e}{2} \quad \text{pour tout } i \leq n \quad (6.5)$$

où i est l'ordre du noyau considéré, $f_{i,max}$, la fréquence la plus élevée de l'excitation à l'ordre considéré, et où n est l'ordre du système.

On a choisi une fréquence d'échantillonnage de 48 kHz, la plus élevée à disposition, qui couvre donc une bande passante de 24 kHz, suffisante pour tous les haut-parleurs testés. Il faut toutefois noter que, pour la compensation de non-linéarités utilisant les noyaux d'ordre 1 à 3, la relation 6.5 limite la plage de fréquence utilisable pour la compensation à 8 kHz.

Afin d'optimiser le calcul de la transformée de Fourier rapide, le nombre d'échantillons constituant les excitations est toujours une puissance de 2. La longueur des fichiers est choisie de façon à assurer une précision suffisante des calculs, tout en évitant de surchauffer les haut-parleurs lorsque ceux-ci sont soumis à un gain d'excitation élevée.

6.3.6 Définition de l'excitation

Sur la base des critères fixés pour l'excitation $e(t)$, celle-ci peut à présent être définie de la manière suivante :

$$e(t) = \frac{\hat{E}}{n} \sum_{i=1}^n e_i \cos(\omega_i t + \phi_i) \quad (6.6)$$

où ω_i est la pulsation de la composante i , ϕ_i , sa phase, et n , le nombre de composantes.

La valeur de crête est déterminée par le choix de \hat{E} . Il est à noter que la valeur de crête des excitations effectivement appliquées aux haut-parleurs dépendra encore des gains e_i (avec $|e_i| \leq 1$) appliqués ultérieurement.

6.4 Analyse des réponses mesurées

Considérons un dispositif électroacoustique non linéaire S , que l'on estime d'ordre n . Il se comporte comme n sous-systèmes en parallèle, fournissant les réponses d'ordre 1 à n . Appelons $y_i(t)$, la réponse du sous-système d'ordre i . Cette composante ne peut être mesurée directement, car la réponse $r(t)$ à une excitation quelconque $e(t)$ contiendra la somme des composantes d'ordres 1 à n . Il nous faudra déterminer n inconnues. Ce système se résout aisément si l'on dispose de n équations.

Pour établir la loi non linéaire caractérisant les n sous-systèmes, nous avons besoin de n équations, ce qui nécessite que l'excitation définie plus haut soit appliquée à n niveaux d'excitation e_i distincts. Nous appellerons $r_i(t)$, la réponse du système à l'excitation $e_i \cdot e(t)$. Elle est constituée de la somme des composantes des ordres 1 à n .

6.4.1 Exemple

Considérons un système représenté par un polynôme d'ordre 3

$$P(x) = a \cdot x + b \cdot x^2 + c \cdot x^3 \quad (6.7)$$

6 Caractérisation expérimentale des non-linéarités à l'aide des noyaux de Volterra

La réponse du système s'exprime de la manière suivante :

$$r(t) = P(e(t)) = a \cdot e(t) + b \cdot [e(t)]^2 + c \cdot [e(t)]^3 \quad (6.8)$$

Les composantes d'ordre 1 à 3 de la réponse s'écrivent alors :

$$\begin{aligned} r(t) &= y_1(t) + y_2(t) + y_3(t) \\ \text{avec} \quad y_1(t) &= a \cdot e(t) \\ y_2(t) &= b \cdot [e(t)]^2 \\ y_3(t) &= c \cdot [e(t)]^3 \end{aligned} \quad (6.9)$$

6.4.2 Identification des composantes

Rappelons que $y_i(t)$ est la composante d'ordre i de la réponse du système à l'excitation $e(t)$. On aura par définition :

$$S(e(t)) = y_1(t) + y_2(t) + \dots + y_n(t) \quad (6.10)$$

Si la même excitation est à présent appliquée avec des gains e_i , la réponse du système sera :

$$S(e_i \cdot e(t)) = r_i(t) = e_i \cdot y_1(t) + e_i^2 \cdot y_2(t) + \dots + e_i^n \cdot y_n(t) \quad (6.11)$$

L'écriture de l'équation 6.11 pour chacun des n gains e_i conduit à la mise en place d'un système matriciel d'ordre n , connu sous le nom de système de Vandermonde. On parvient à identifier les composantes $y_i(t)$ de la réponse en résolvant le système :

$$R = A \cdot Y \quad (6.12)$$

où A est la matrice de Vandermonde, constituée par les gains e_i , et où R et Y contiennent respectivement les réponses mesurées $r_i(t)$ et les composantes d'ordre i , $y_i(t)$.

$$\begin{bmatrix} r_1 \\ r_2 \\ \vdots \\ r_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e_1 & e_1^2 & \dots & e_1^n \\ e_2 & e_2^2 & \dots & e_2^n \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ e_n & e_n^2 & \dots & e_n^n \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix} \quad (6.13)$$

La fonction du système matriciel $R = A \cdot Y$ est de permettre l'extraction, dans le domaine temporel, des composantes de la réponse $y_i(t)$ à partir des réponses mesurées $r_i(t)$. A est la matrice de Vandermonde et est construite sur la base des coefficients affectés aux différents gains d'excitation. Cette matrice ne décrit pas la réponse du système non linéaire.

6.5 Extraction des noyaux dans le domaine fréquentiel

Une transformée de Fourier rapide (FFT) des composantes de la réponse $y_i(t)$ et de l'excitation $e(t)$ (sans gain e_i) permet de déterminer $\underline{Y}_i(j\omega)$ et $\underline{E}(j\omega)$. Ceux-ci sont nécessaires à la détermination des noyaux fréquentiels.

$$\underline{E}(j\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} e(t) \exp(j\omega t) dt \quad (6.14)$$

$$\underline{Y}_i(j\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} y_i(t) \exp(j\omega t) dt \quad (6.15)$$

Les noyaux de Volterra d'ordre 1 à n dans le domaine fréquentiel, notés $\underline{H}_i(j\omega_1, \dots, j\omega_i)$, sont déduits des excitations et des composantes des réponses à l'aide de l'équation 6.16, comme le rapport du spectre de la composante pour la somme des fréquences sur le produit des spectres de l'excitation pour les différentes fréquences :

$$\underline{H}_i(j\omega_1, \dots, j\omega_i) = \frac{\underline{Y}_i(j \sum_{k=1}^n \omega_i)}{\underline{E}(j\omega_1) \cdot \dots \cdot \underline{E}(j\omega_i)} \quad (6.16)$$

Il apparaît ici que les composantes de la réponse doivent être déterminées à des fréquences plus élevées que les fréquences auxquelles sont évalués les noyaux. Elles devront l'être à des fréquences d'autant plus élevées que l'ordre des noyaux est élevé. En effet, dans le cas des composantes de la réponse, on se préoccupe de la somme des fréquences.

6.6 Méthodologie du programme

Le programme d'analyse des noyaux de Volterra pour un système non linéaire est basé sur la théorie exposée dans les sections précédentes et dans les références [5, 9].

6.6.1 Génération des excitations

Une première section du programme donne à l'utilisateur les outils nécessaires pour générer tous les signaux de test désirés.

Cette fonction offre le choix des fréquences et des amplitudes des composantes générées. La gestion des groupes de fréquences permettant d'éviter le recouvrement (6.3.2) est ici transparente pour l'utilisateur, qui doit indiquer le nombre de groupes et de fréquences.

Pour chaque multiplet de fréquences, les niveaux de l'excitation sont eux aussi générés automatiquement, afin de permettre le calcul ultérieur de la matrice inverse A^{-1} , comme suggéré dans [14].

On choisit les valeurs minimales et maximales du spectre à couvrir par les mesures, de même que le nombre de multiplets de fréquences à générer.

6 Caractérisation expérimentale des non-linéarités à l'aide des noyaux de Volterra

Un fichier PVM.Wav est généré pour chacune des excitations. La fréquence d'échantillonnage, le mode de quantification et la longueur du fichier sont laissés au libre choix de l'utilisateur. La seule restriction concerne la longueur du fichier, qui doit toujours être une puissance de 2, pour faciliter le calcul ultérieur de la transformée de Fourier.

Le programme permet des simulations théoriques d'un comportement non linéaire, donné sous la forme d'un polynôme. Le fichier ainsi généré constitue alors un fichier de mesure d'un système non linéaire, dont le comportement est celui du polynôme défini.

Le programme développé pour cette méthode autorise le choix du domaine de fréquence à étudier, de la plage de gains d'excitation, de l'ordre du système et du nombre de points générés. Il contient l'ensemble des excitations nécessaires à la mesure et à l'extraction du noyau correspondant, séparés par des silences, et respecte toutes les règles établies dans la section 6.3. Les fichiers générés sont destinés au banc de mesure, dont une représentation par schéma-bloc est donnée à la figure 6.12.

6.6.2 Analyse des fichiers de mesure

La seconde section du programme est dédiée à l'analyse des fichiers PCM Wav provenant d'une campagne de mesure de simulations.

Analyse individuelle

Un fichier Wav est tout d'abord chargé, visualisé et écouté. Sa transformée de Fourier peut être visualisée pour chacune des deux voies : celle de l'excitation et celle de la réponse. L'amplitude, la phase, les parties réelle et imaginaire sont disponibles.

Analyse d'un ensemble de résultats de mesures

L'extraction des noyaux de Volterra nécessite le traitement global de toutes les données. Le programme a été conçu pour prendre en charge la totalité du processus d'analyse des fichiers de mesure.

Les fichiers des différentes excitations pour un même multiplet de fréquences sont ouverts et leurs données lues. Le système matriciel est résolu, et les noyaux $\underline{H}_n(j\omega_{i_1}, \dots, j\omega_{i_n})$ sont extraits.

6.7 Validation de la méthode de mesurage

Le dispositif étudié dans l'introduction théorique aux noyaux de Volterra a servi de référence pour valider le fonctionnement du programme. Il s'agit d'un système non linéaire caractérisé par une réponse polynômiale d'ordre 3, suivi d'un filtre passe-bas dont la fréquence de coupure est de 1 kHz.

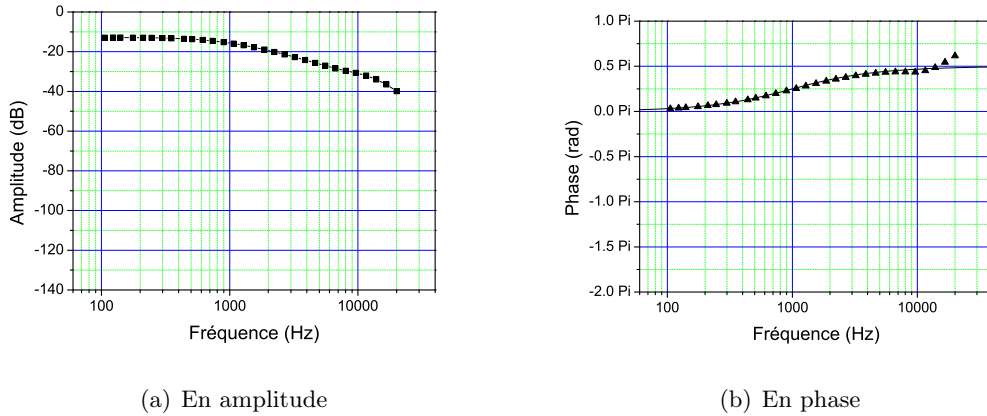


FIG. 6.8: Noyau d'ordre 1 issu des mesures de l'AOP.

6.7.1 Noyau d'ordre 1, $\underline{H}_1(j\omega_1)$

L'étude théorique de ce dispositif nous avait appris que le noyau d'ordre 1 est identique à la fonction de transfert du filtre passe-bas.

La figure 6.8 montre que le noyau obtenu par mesure reproduit la caractéristique du filtre passe-bas simulé. La réponse en amplitude nous montre une fréquence de coupure de 1 kHz, et une pente de -20 dB par décade au-delà de cette fréquence. La réponse en phase (marques triangulaires) suit la fonction $\arctan(\frac{f}{f_f})$ tracée en trait plein.

6.7.2 Noyau d'ordre 2, $\underline{H}_2(j\omega_1, j\omega_2)$

Le terme quadratique du polynôme décrivant la non-linéarité du dispositif étant nul, il faut obtenir un noyau $\underline{H}_2(j\omega_1, j\omega_2) = 0$ dans toute la gamme de fréquence balayée. La figure 6.9 représente ce noyau en amplitude et en phase. Les noyaux mesurés pour l'ordre 2 sont compris entre 10^{-6} et 10^{-4} (-130 dB à -60 dB), ce qui peut être négligé, en comparaison avec les noyaux d'ordre 1 (-40 dB à -12 dB). On a choisi une représentation de l'amplitude et de la phase en fonction de la somme des fréquences f_1 et f_2 .

6.7.3 Noyau d'ordre 3, $\underline{H}_3(j\omega_1, j\omega_2, j\omega_3)$

Le tracé du noyau $\underline{H}_3(j\omega_1, j\omega_2, j\omega_3)$ obtenu grâce aux mesures des noyaux de Volterra en fonction de la somme des composantes fréquentielles (f_1, f_2, f_3) nous donne le gabarit du filtre simulé (Fig. 6.10). Les extractions de noyaux sont donc validées par les mesures effectuées sur l'AOP.

L'observation des graphiques représentant les noyaux demande quelques commentaires.

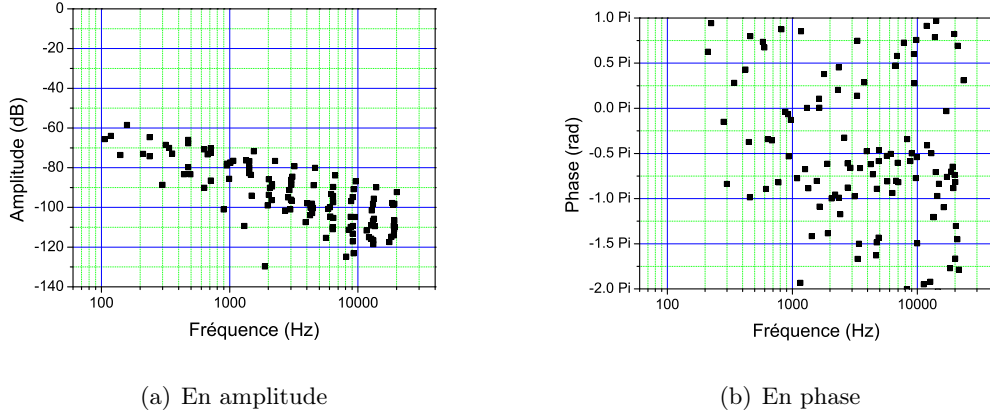


FIG. 6.9: Noyau d'ordre 2 issu des mesures de l'AOP.

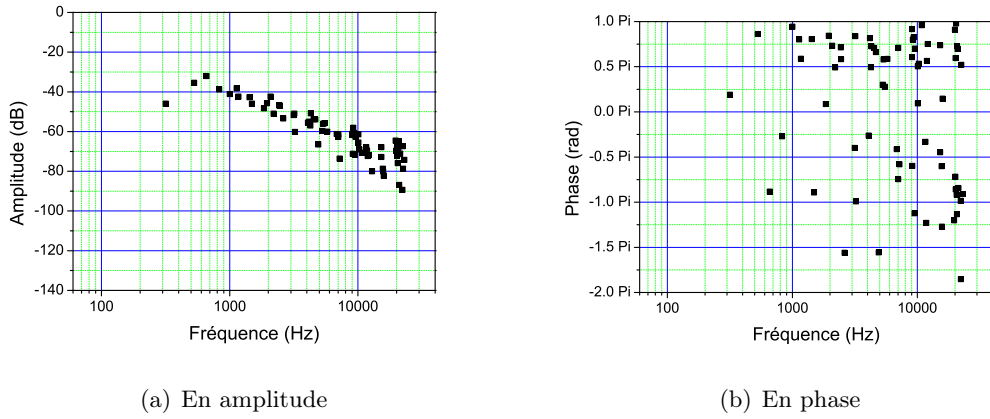


FIG. 6.10: Noyau d'ordre 3 issu des mesures de l'AOP.



FIG. 6.11: Haut-parleur à pavillon et microphone de mesure utilisés pour les mesures des noyaux, installés dans une chambre anéchoïque.

La simulation a été effectuée en considérant que l'AOP peut être modélisé par la fonction sinus. Pour simplifier les calculs et l'analyse, le gain de celui-ci n'est pas spécifié. Il est en conséquence déterminé par la pente à l'origine, soit $\frac{\pi}{2}$.

Or le montage mesuré présente un gain inférieur à l'unité. Cette différence implique un décalage des courbes des noyaux en amplitude vers le bas, l'allure étant, elle, inchangée.

6.8 Application à un haut-parleur à pavillon

Dans l'optique d'une compensation des non-linéarités d'un système à pavillon MONACOR MRH-650 avec un driver MONACOR 480 (Fig. 6.11), incluant les non-linéarités de l'amplificateur, les noyaux de Volterra en ont été mesurés. Le dispositif expérimental correspondant est représenté à la figure 6.12.

L'excitation est appliquée au système à analyser, et enregistrée simultanément avec la réponse de ce système. Les composantes en amplitude et en phase des noyaux sont extraites à partir des fichiers audios enregistrés.

La loi de non-linéarité obtenue grâce aux noyaux jusqu'à l'ordre 3 donne une bonne approximation de la loi régissant le système. Elle permettra d'obtenir une compensation des non-linéarités largement suffisante (validation par la compensation au chapitre suivant).

Les noyaux mesurés (Fig. 6.13-6.15) correspondent au haut-parleur, à l'amplificateur et au microphone de mesure, car la compensation va porter sur l'ensemble de ces éléments.

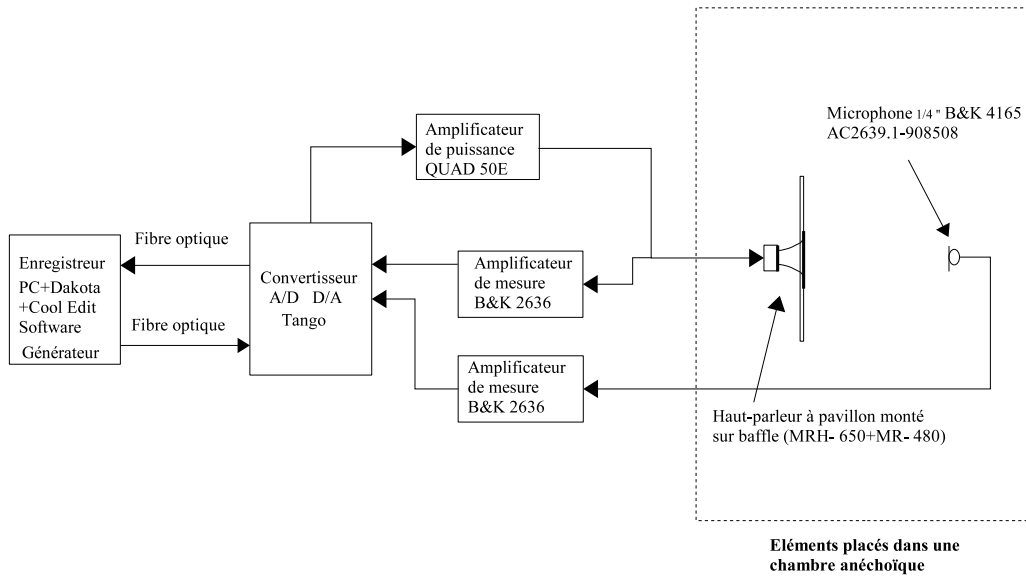


FIG. 6.12: Banc de mesure de la campagne de mesurage pour l'acquisition des noyaux de Volterra.

Pour la mesure de la phase des noyaux, nous devons tenir compte du temps de vol, qui est le temps de propagation entre l'émission de l'onde sonore et sa réception par le microphone, et de la distance entre la source et le microphone. Dans notre cas, cette distance est d'environ un mètre. La méthode de détermination du temps vol sera expliquée au chapitre suivant.

La représentation du noyau d'ordre 1 en phase ne tient pas compte du temps de vol, c'est-à-dire que celui-ci n'est pas compensé.

6.9 Conclusion

Il existe diverses méthodes de caractérisation d'un dispositif faiblement non linéaire. La méthode expérimentale développée dans ce chapitre permet de combler les lacunes des méthodes classiques. Validée par simulation et par mesure dans le cas d'un haut-parleur à pavillon monté sur baffle, elle constitue une référence pour l'établissement du modèle d'un tel dispositif.

On peut à présent élaborer une méthode pour compenser les effets des non-linéarités.

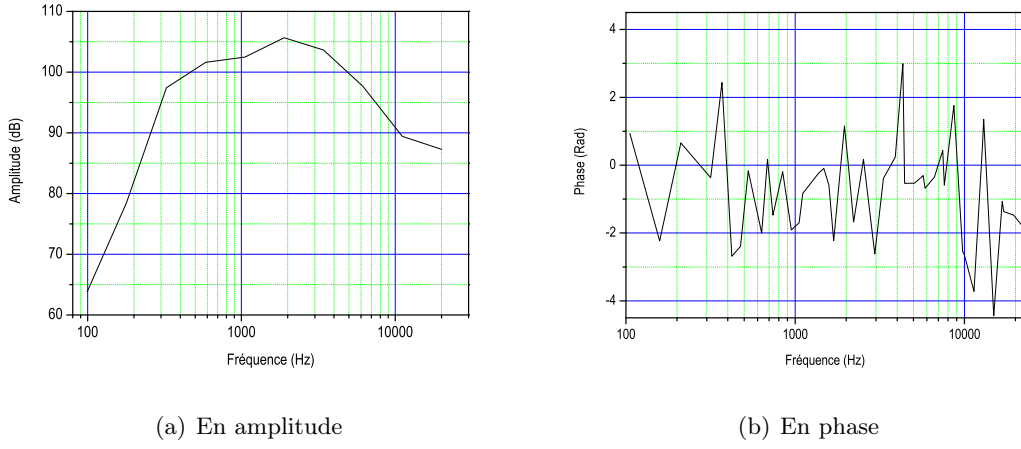


FIG. 6.13: Noyaux de Volterra d'ordre 1 en amplitude et phase, pour haut-parleur à pavillon.

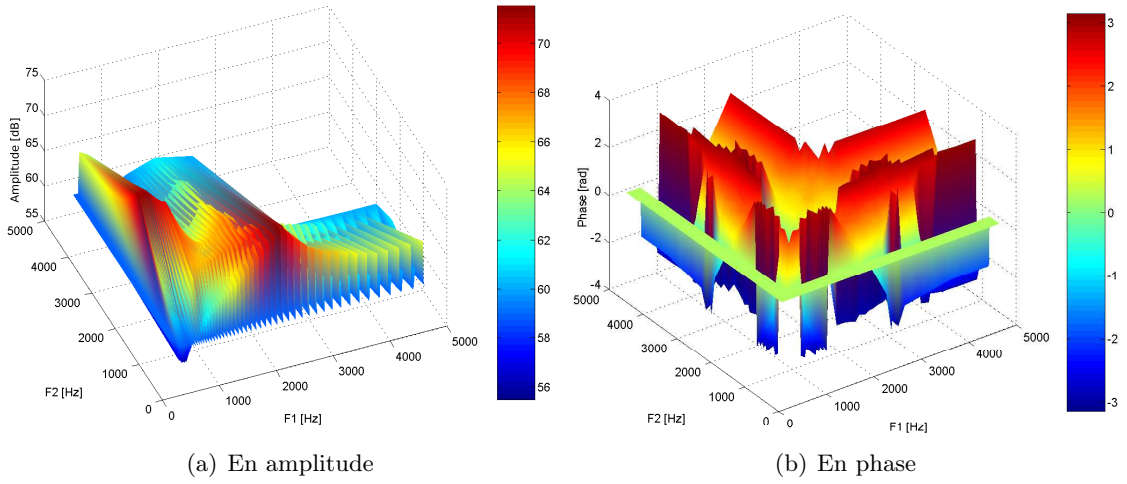


FIG. 6.14: Noyaux de Volterra d'ordre 2 en amplitude et phase.

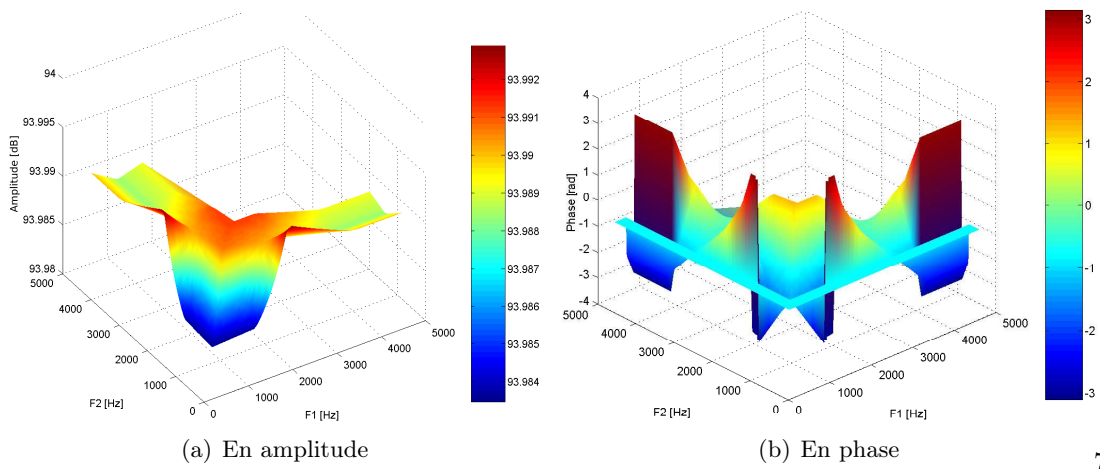


FIG. 6.15: Noyaux de Volterra d'ordre 3 en amplitude et phase.

7 Compensation des non-linéarités

7.1 Introduction

Elle implique de placer, en amont du haut-parleur à pavillon, un dispositif de compensation. Si les caractéristiques de ce dernier sont fixées de manière appropriée, les effets des non-linéarités pourront être annulés, ou tout au moins largement compensés. Ce principe est représenté ci-dessous

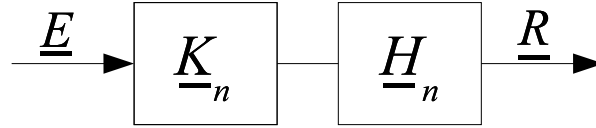


FIG. 7.1: Schéma-bloc de la méthode de compensation. L'excitation \underline{E} est transformée successivement par le dispositif correctif en amont (\underline{K}_n), puis par le système non linéaire (\underline{H}_n). La réponse de cette combinaison en cascade est notée \underline{R} .

Les \underline{H}_n sont les noyaux de Volterra du haut-parleur à pavillon. Les \underline{K}_n sont les noyaux du dispositif de compensation. Cette cascade produisant un système linéaire, caractérisé par un noyau d'ordre 1 unitaire, on dira que les noyaux \underline{K}_n sont les inverses des noyaux \underline{H}_n . Pour les déterminer, on utilise les propriétés mathématiques des noyaux, et notamment la relation dictant le comportement de deux systèmes en cascade [22].

On s'attachera à vérifier la validité de cette méthode par une comparaison des distorsions avec et sans compensation.

7.2 Conditions expérimentales

Pour procéder à la compensation des non-linéarités, il faut veiller à ce que les mesures sur le haut-parleur concerné aient lieu dans des conditions – température, humidité, gain de l'amplificateur, etc. – parfaitement connues et stables. Toutes les mesures seront effectuées en salle anéchoïque.

On appelle bande utile le domaine de fréquence dans lequel on planifie la compensation. On s'assurera que tous les domaines de fréquence couverts par les noyaux aux différents ordres sont inclus dans la bande utile.

7.3 Détermination du temps de vol

Le temps de vol τ_v est un paramètre important, car intervenant dans la détermination de la phase des noyaux. Une mesure de la distance d séparant le pavillon du microphone permet une approximation du temps de vol (Eq. 7.1), mais pas de le déterminer précisément, étant donné que l'on ne connaît pas la position du centre acoustique à l'intérieur du pavillon (donnée géométrique virtuelle).

$$\tau_v = \frac{c}{d} \quad (7.1)$$

où c représente la célérité du son.

Dans notre cas, le temps de vol que nous souhaitons déterminer inclut le delay de groupe du système.

La méthode employée pour déterminer le temps de vol est la suivante : pour une excitation donnée, on mesure la réponse correspondante du haut-parleur. Une valeur de temps de vol arbitraire τ est choisie. L'excitation est retardée de ce temps de vol, et l'extraction des noyaux de Volterra est effectuée. La phase des noyaux extraits dépend donc directement de τ , tandis que leur amplitude sera invariante. On simule alors les effets des non-linéarités en appliquant à l'excitation les noyaux obtenus.

Si les noyaux sont exacts, c'est-à-dire si la valeur estimée du temps de vol correspond au temps de vol réel, la réponse simulée et la réponse mesurée doivent coïncider dans le temps. On évalue la concordance à l'aide d'un paramètre que l'on appellera ζ .

En réitérant cette procédure pour des valeurs de temps de vol de plus en plus proches de la valeur attendue τ_v , on obtient une courbe dont le maximum correspond au temps de vol effectif. La figure 7.2 illustre la recherche du temps de vol effectif pour une excitation de fréquence 1000Hz.

Dans notre exemple, on remarque que la courbe est périodique, avec une période de 1ms, ce qui n'est pas surprenant étant donné que l'excitation est elle aussi périodique de période 1ms. On constate la présence d'un maximum pour $\tau = 1.02$ ms. Cette valeur est la plus proche de la valeur obtenue par le calcul approximatif du temps de vol (Eq. 7.1). Nous la retiendrons pour l'extraction des noyaux.

La méthode a également permis de constater la dépendance du temps de vol en fonction de la fréquence. Le graphique de la figure 7.3 illustre la variation du temps de vol effectif pour les fréquences de 500 Hz, 1000Hz, 2000Hz et 4000Hz.

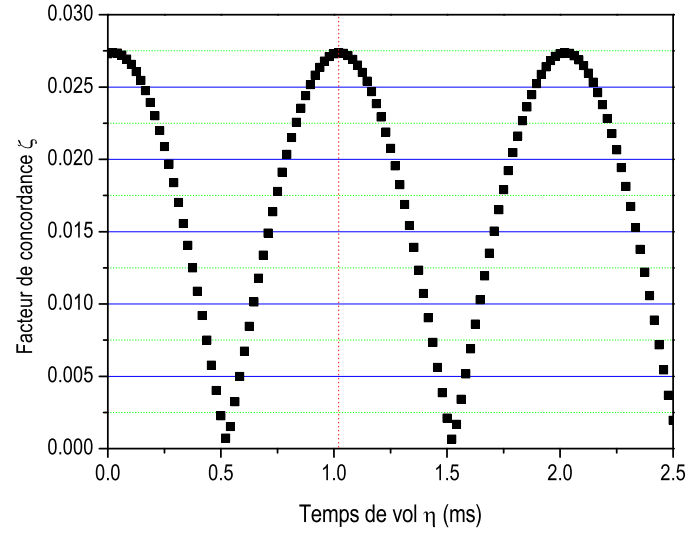


FIG. 7.2: Concordance entre simulation et mesure, en fonction du temps de vol choisi : cas d'une distance de 27 cm.

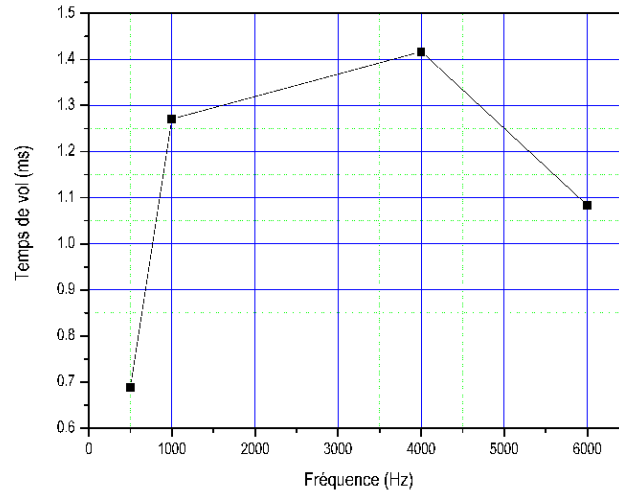


FIG. 7.3: Evolution du temps de vol, en fonction de la fréquence, pour un système à pavillon MONACOR MRH-650 avec un driver MONACOR 480.

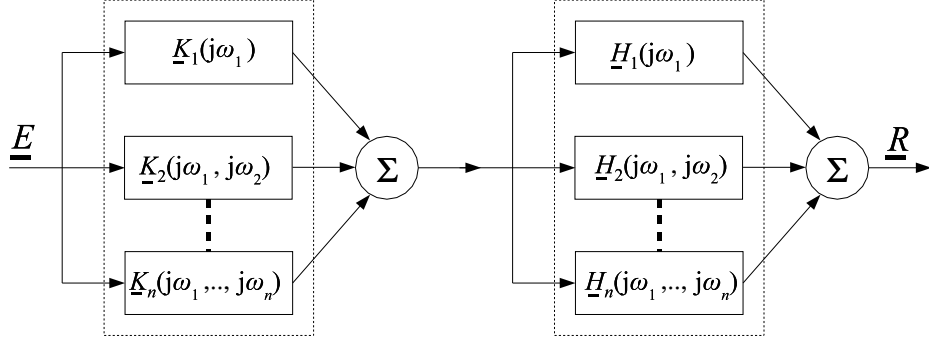


FIG. 7.4: Combinaison de deux systèmes en cascade.

7.4 Inversion des noyaux

La méthode de compensation requiert la connaissance des noyaux inverses. Ceux-ci seront donc déterminés à partir des noyaux de Volterra $\underline{H}_1, \underline{H}_2, \dots, \underline{H}_m$, et notés $\underline{K}_1, \underline{K}_2, \dots, \underline{K}_m$, où m est l'ordre considéré le plus élevé.

On sait établir de manière analytique le résultat $\{\underline{A}_n\}$ de l'association en cascade de deux noyaux de Volterra $\{\underline{H}_n\}$ et $\{\underline{K}_n\}$ [34]. La figure 7.4 illustre cette combinaison, et les résultats des calculs sont rappelés ci-dessous (Eq. 7.2 à 7.5) pour les ordres 1 à 4, c'est-à-dire avec $m = 4$.

$$\underline{A}_1(j\omega_1) = \underline{H}_1(j\omega_1) \cdot \underline{K}_1(j\omega_1) \quad (7.2)$$

$$\begin{aligned} \underline{A}_2(j\omega_1, j\omega_2) &= \underline{H}_1(j\omega_1 + j\omega_2) \cdot \underline{K}_2(j\omega_1, j\omega_2) \\ &+ \underline{H}_2(j\omega_1, j\omega_2) \cdot \underline{K}_1(j\omega_1) \cdot \underline{K}_1(j\omega_2) \end{aligned} \quad (7.3)$$

$$\begin{aligned} \underline{A}_3(j\omega_1, j\omega_2, j\omega_3) &= \underline{H}_1(j\omega_1 + j\omega_2 + j\omega_3) \cdot \underline{K}_3(j\omega_1, j\omega_2, j\omega_3) \\ &+ \underline{H}_2(j\omega_1 + j\omega_2, j\omega_3) \cdot \underline{K}_2(j\omega_1, j\omega_2) \cdot \underline{K}_1(j\omega_3) \\ &+ \underline{H}_2(j\omega_1, j\omega_2 + j\omega_3) \cdot \underline{K}_1(j\omega_1) \cdot \underline{K}_2(j\omega_2, j\omega_3) \\ &+ \underline{H}_3(j\omega_1, j\omega_2, j\omega_3) \cdot \underline{K}_1(j\omega_1) \cdot \underline{K}_1(j\omega_2) \cdot \underline{K}_1(j\omega_3) \end{aligned} \quad (7.4)$$

$$\begin{aligned}
A_4(j\omega_1, j\omega_2, j\omega_3, j\omega_4) &= H_1(j\omega_1 + j\omega_2 + j\omega_3 + j\omega_4) \cdot K_4(j\omega_1, j\omega_2, j\omega_3, j\omega_4) \\
&+ H_2(j\omega_1 + j\omega_2 + j\omega_3, j\omega_4) \cdot K_3(j\omega_1, j\omega_2, j\omega_3) \cdot K_1(j\omega_4) \\
&+ H_2(j\omega_1, j\omega_2 + j\omega_3 + j\omega_4) \cdot K_3(j\omega_2, j\omega_3, j\omega_4) \cdot K_1(j\omega_1) \\
&+ H_2(j\omega_1 + j\omega_2, j\omega_3 + j\omega_4) \cdot K_2(j\omega_1, j\omega_2) \cdot K_2(j\omega_3, j\omega_4) \\
&+ H_3(j\omega_1 + j\omega_2, j\omega_3, j\omega_4) \cdot K_2(j\omega_1, j\omega_2) \cdot K_1(j\omega_3) \cdot K_1(j\omega_4) \\
&+ H_3(j\omega_1, j\omega_2 + j\omega_3, j\omega_4) \cdot K_2(j\omega_2, j\omega_3) \cdot K_1(j\omega_1) \cdot K_1(j\omega_4) \\
&+ H_3(j\omega_1, j\omega_2, j\omega_3 + j\omega_4) \cdot K_2(j\omega_3, j\omega_4) \cdot K_1(j\omega_1) \cdot K_1(j\omega_2) \\
&+ H_4(j\omega_1, j\omega_2, j\omega_3, j\omega_4) \cdot K_1(j\omega_1) \cdot K_1(j\omega_2) \cdot K_1(j\omega_3) \cdot K_1(j\omega_4)
\end{aligned} \tag{7.5}$$

Si l'on considère que $\{H_n\}$ décrit le système non linéaire et que $\{K_n\}$ correspond à une correction appliquée à l'excitation, les noyaux $\{A_n\}$ caractériseront la réponse globale du haut-parleur compensé.

Étant donné que l'on souhaite obtenir une réponse globalement linéaire, le noyau d'ordre 1 doit être égal à 1 et les noyaux d'ordres supérieurs doivent être nuls. On applique cette condition à l'aide du système d'équation suivant :

$$\begin{aligned}
A_1 &= 1 \\
A_n &= 0 \quad \text{pour} \quad n > 1
\end{aligned} \tag{7.6}$$

A partir de ce résultat, il est possible de calculer le noyau inverse $\{K_n\}$ des ordres 1 à 4 :

$$K_1(j\omega_1) = \frac{1}{H_1(j\omega_1)} \tag{7.7}$$

$$K_2(j\omega_1, j\omega_2) = -K_1(j\omega_1 + j\omega_2) \cdot H_2(j\omega_1, j\omega_2) \cdot K_1(j\omega_1) \cdot K_1(j\omega_2) \tag{7.8}$$

$$\begin{aligned}
K_3(j\omega_1, j\omega_2, j\omega_3) &= -K_1(j\omega_1 + j\omega_2 + j\omega_3) \\
&\cdot [H_2(j\omega_1, j\omega_2 + j\omega_3) \cdot K_1(j\omega_1) \cdot K_2(j\omega_2, j\omega_3) \\
&+ H_2(j\omega_1 + j\omega_2, j\omega_3) \cdot K_2(j\omega_1, j\omega_2) \cdot K_1(j\omega_3) \\
&+ H_3(j\omega_1, j\omega_2, j\omega_3) \cdot K_1(j\omega_1) \cdot K_1(j\omega_2) \cdot K_1(j\omega_3)]
\end{aligned} \tag{7.9}$$

$$\begin{aligned}
\mathbb{K}_4(j\omega_1, j\omega_2, j\omega_3, j\omega_4) &= -\mathbb{K}_1(j\omega_1 + j\omega_2 + j\omega_3 + j\omega_4) \\
&\cdot [\mathbb{H}_2(j\omega_1 + j\omega_2 + j\omega_3, j\omega_4) \cdot \mathbb{K}_3(j\omega_1, j\omega_2, j\omega_3) \cdot \mathbb{K}_1(j\omega_4) \\
&+ \mathbb{H}_2(j\omega_1, j\omega_2 + j\omega_3 + j\omega_4) \cdot \mathbb{K}_3(j\omega_2, j\omega_3, j\omega_4) \cdot \mathbb{K}_1(j\omega_1) \\
&+ \mathbb{H}_2(j\omega_1 + j\omega_2, j\omega_3 + j\omega_4) \cdot \mathbb{K}_2(j\omega_1, j\omega_2) \cdot \mathbb{K}_2(j\omega_3, j\omega_4) \\
&+ \mathbb{H}_3(j\omega_1 + j\omega_2, j\omega_3, j\omega_4) \cdot \mathbb{K}_2(j\omega_1, j\omega_2) \cdot \mathbb{K}_1(j\omega_3) \cdot \mathbb{K}_1(j\omega_4) \\
&+ \mathbb{H}_3(j\omega_1, j\omega_2 + j\omega_3, j\omega_4) \cdot \mathbb{K}_2(j\omega_2, j\omega_3) \cdot \mathbb{K}_1(j\omega_1) \cdot \mathbb{K}_1(j\omega_4) \\
&+ \mathbb{H}_3(j\omega_1, j\omega_2, j\omega_3 + j\omega_4) \cdot \mathbb{K}_2(j\omega_3, j\omega_4) \cdot \mathbb{K}_1(j\omega_1) \cdot \mathbb{K}_1(j\omega_2) \\
&+ \mathbb{H}_4(j\omega_1, j\omega_2, j\omega_3, j\omega_4) \cdot \mathbb{K}_1(j\omega_1) \cdot \mathbb{K}_1(j\omega_2) \cdot \mathbb{K}_1(j\omega_3) \cdot \mathbb{K}_1(j\omega_4)]
\end{aligned} \tag{7.10}$$

7.5 Évaluation des noyaux inverses à une fréquence quelconque

Considérons un noyau de Volterra à un ordre n . Bien qu'il soit une fonction continue de n variables, son extraction ne pourra être réalisée qu'en un nombre *fini* de points.

L'évaluation de ce noyau en un point (multiplet de fréquences) ne faisant pas partie de l'ensemble fini déterminé lors de l'extraction s'avérera cependant nécessaire. Il convient donc d'effectuer une interpolation basée sur les points mesurés adjacents.

Dans le cas d'un noyau d'ordre 1, on utilise une simple interpolation linéaire :

$$f(x) = f(x_1) + (x_+ - x_-) \cdot \frac{f(x_+) - f(x_-)}{x_+ - x_-} \tag{7.11}$$

où x_- et x_+ sont les nombres auxquels le résultat de la fonction f est respectivement immédiatement inférieur et immédiatement supérieur à x .

Pour une fonction f_n d'ordre n , il s'agit de réaliser une interpolation appropriée de dimension n , basée sur les 2^n points les plus proches. On utilise une méthode récurrente, que l'on peut décrire de la manière suivante :

$$\begin{aligned}
f_n(x_1, \dots, x_i, \dots, x_n) &= f_n(x_1, \dots, x_{-,i}, \dots, x_n) \\
&+ (x_+ - x_{-,i}) \cdot \frac{f_n(x_1, \dots, x_{+,i}, \dots, x_n) - f_n(x_1, \dots, x_{-,i}, \dots, x_n)}{x_{+,i} - x_{-,i}} \\
&\forall i \in [1, n]
\end{aligned} \tag{7.12}$$

où $x_{-,i}$ et $x_{+,i}$ sont les nombres auxquels le résultat de la fonction f_n est respectivement immédiatement inférieur et immédiatement supérieur à x_i .

Par la suite, on a décidé de prendre une autre méthode d'interpolation (voir chapitre 8).

7.6 Traitement par les noyaux inverses

Le traitement de l'excitation aux différents ordres bénéficie d'un traitement parallèle, mis en évidence par la figure 5.2, ou séquentiel, selon la configuration matérielle. Dans les simulations, l'excitation est générée d'après compensation de son spectre par les \underline{K} . Concrètement, on traite chacun des ordres séparément et on somme les différentes contributions pour composer le spectre d'excitation compensée, puis on passe dans le domaine temporel.

7.6.1 Traitement par le noyau inverse d'ordre 1

La transformation effectuée par le noyau inverse \underline{K}_1 d'ordre 1 correspond à l'application d'une fonction de transfert. Soit $\underline{E}(j\omega)$, l'excitation avant compensation. Pour chacune des composantes contenues dans la bande de fréquence de l'excitation, on obtient l'excitation compensée $\underline{C}(j\omega)$ en multipliant $\underline{E}(j\omega)$ par la valeur de \underline{K}_1 évaluée à cette fréquence :

$$\underline{C}(j\omega) = \underline{E}(j\omega) \cdot \underline{K}_1(j\omega) \quad \forall \omega \quad (7.13)$$

7.6.2 Traitement par les noyaux inverses d'ordre $n > 1$

À l'ordre 2, l'excitation compensée $\underline{C}(j\omega)$ sera déterminée par les valeurs de \underline{K}_1 et \underline{E} pour tous les doublets de fréquence dont la somme est égale à ω :

$$\underline{C}(j\omega) = \iint_{\omega_1 + \omega_2 = \omega} \underline{E}(j\omega_1) \cdot \underline{E}(j\omega_2) \cdot \underline{K}_2(j\omega_1, j\omega_2) \cdot d\omega_1 d\omega_2 \quad (7.14)$$

En pratique, étant donné que l'on travaillons en discret, l'intégrale sera remplacée par une sommation.

$$\underline{C}(j\omega) = \sum_{\omega_1 + \omega_2 = \omega} \underline{E}(j\omega_1) \cdot \underline{E}(j\omega_2) \cdot \underline{K}_2(j\omega_1, j\omega_2) \quad (7.15)$$

Cette règle peut être adaptée pour la détermination du signal compensé à tous les ordres $n \geq 2$.

$$\underline{C}(j\omega) = \sum_{\omega_1 + \dots + \omega_n = \omega} \underline{E}(j\omega_1) \dots \underline{E}(j\omega_n) \cdot \underline{K}_n(j\omega_1, \dots, j\omega_n) \quad (7.16)$$

7.7 Bande de fréquence utile

La compensation de la distorsion linéaire par le noyau de Volterra inverse d'ordre 1 permet de linéariser la courbe de réponse. Le choix de la bande utile doit être effectué en prenant en compte la bande passante limitée caractérisant le haut-parleur dont on souhaite compenser les non-linéarités. La courbe de réponse du haut-parleur testé (courbe inférieure) est représentée à la figure 7.5. Pour obtenir une réponse linéaire sur tout le spectre, il faudrait appliquer une correction constituée par l'inverse de cette réponse (courbe

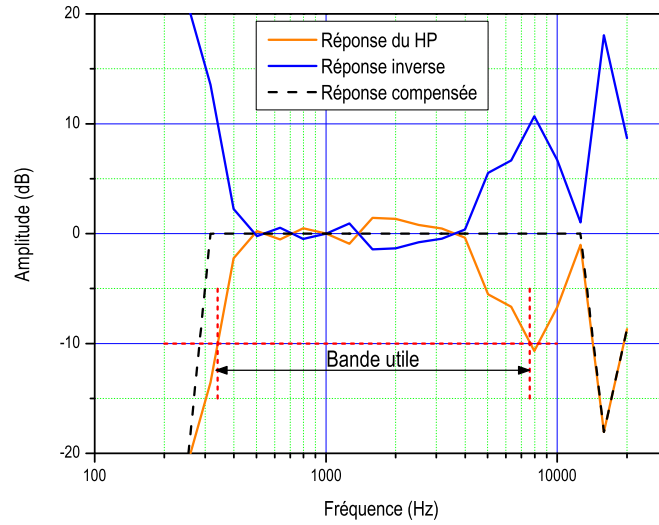


FIG. 7.5: Courbe de réponse du haut-parleur testé et son inverse. La bande utile y est indiquée ainsi que le résultat de la compensation.

supérieure).

Du fait de l'amplitude élevée de la réponse inverse en deçà et au-delà de la bande passante, son application doit être restreinte. En effet, afin que le haut-parleur ne subisse aucune détérioration [33, 3], sa tension d'entrée doit être maintenue en dessous de certaines valeurs. Elle doit respecter la puissance d'entrée nominale, limitée thermiquement P_{th} , et la puissance d'entrée limitée par l'élongation du diaphragme (butée, dégâts, etc.).

Au-delà de la bande de fréquence utile, on n'appliquera donc aucune compensation à l'ordre 1.

7.8 Choix du nombre de noyaux

L'ordre maximal des noyaux à extraire relève d'un compromis, un ordre élevé permettant de tenir compte des interactions entre un grand nombre de composantes, mais au prix d'un temps de calcul rapidement prohibitif.

7.8.1 Temps de calcul

On a vu que le temps de calcul d'une valeur d'un noyau d'ordre n est proportionnel à n , étant donné que la même excitation est répétée n fois consécutivement, avec des ampli-

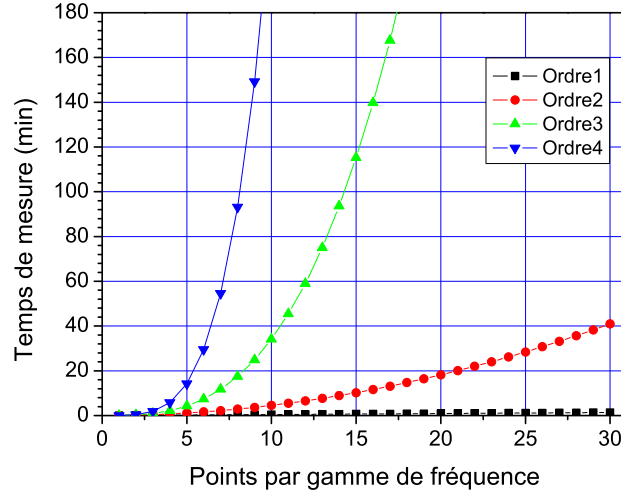


FIG. 7.6: Temps de mesure en minute, en fonction de la densité de points de mesure. La dépendance en fonction de n est linéaire pour l'ordre 1, et varie en n^2 , n^3 et n^4 pour les ordres 2, 3 et 4.

tudes croissantes différentes. Le choix de l'ordre maximal du noyau requiert cependant de prendre en compte un autre aspect.

Pour bien caractériser un haut-parleur sur une bande de fréquence donnée, il faut que les points de mesure ne soient pas trop éloignés les uns des autres. L'interpolation pour un multiplet de fréquence d'ordre n donné est faite en fonction des 2^n points les plus proches. Si ces points mesurés sont trop éloignés les uns des autres, l'interpolation sera imprécise. On veillera à choisir une densité de points suffisante.

Le graphique de la figure 7.6 représente le temps de mesure des noyaux d'ordres 1 à 4, en fonction du nombre de points mesurés sur une bande de fréquence donnée, en utilisant des excitations de 2.7 s. Le nombre total de points de mesure P pour un noyau d'ordre n , avec une densité de points D , est exprimé par la relation 7.17, où le facteur 2^{n-1} découle des propriétés de symétrie :

$$P = n \cdot \frac{D^n}{2^{n-1}} \quad (7.17)$$

Ainsi, caractériser un haut-parleur avec une densité de 10 points sur une plage de fréquence donnée demande un temps de mesure de 35 min à l'ordre 3 et de plus de 3h30 à l'ordre 4, alors que ce temps est de moins de 5 min à l'ordre 2. A ce temps de mesure proprement dit s'ajoutent les temps de calcul nécessaires à l'extraction des noyaux, qui représentent environ encore deux fois le temps de mesure.

7 Compensation des non-linéarités

En pratique, on se limitera à l'ordre 3. On choisira également une densité moindre pour les ordres élevés, la précision à leur endroit étant moins impérative. Comme on l'a dit, il faut choisir plusieurs composantes par excitation, afin d'augmenter le nombre de valeurs de noyaux déterminées par mesure.

7.8.2 Influence du noyaux d'ordre 4

La détermination expérimentale du noyau de Volterra d'ordre 4 demande un nombre de points de mesures très élevé. De plus, pour compenser les non-linéarités à une fréquence donnée jusqu'à l'ordre 4, il faut déterminer les noyaux d'ordre 1 jusqu'à quatre fois cette fréquence ; f_e est fixée à 48 kHz par l'équipement disponible. En vertu du théorème de Nyquist, ceci limite donc la gamme de fréquences que l'on peut traiter à un huitième de la fréquence d'échantillonnage, soit 6 kHz.

On a mesuré expérimentalement les performances de la compensation en fonction de l'ordre maximal pris en compte, et pour différentes fréquences. Les résultats sont présentés dans le tableau de l'annexe F.1 et illustrés par la figure 7.7. On constate que l'apport de l'ordre 4 n'est pas significatif et que son introduction augmente la THD mesurée. Pour une fréquence de 4 kHz, on remarque un artefact de mesure, qui génère un accroissement de la distorsion. Au-delà de ce point, on ne parvient même pas à déterminer le noyau H_4 . Un choix portant sur la compensation en utilisant les noyaux d'ordre 1 à 3 semble donc être un bon compromis.

7.9 Répétabilité de la mesure des noyaux de Volterra

7.9.1 Influence de l'échauffement de la bobine mobile du driver

Cette bobine est un élément peu non linéaire, mais surtout : sa résistance augmente avec l'échauffement, donc est fonction de l'excitation. Pour mettre en évidence son comportement non-autonome, une campagne de mesure de $H_1(j\omega)$ a été réalisée sur la durée. Elle a permis d'évaluer l'influence de l'échauffement de la bobine sur $H_1(j\omega)$.

Le banc de mesure est le même que celui ayant servi à l'acquisition des noyaux à différents ordres. Pour chacun d'eux, une mesure des noyaux a été effectuée toute les heures, durant dix heures. Le haut-parleur était excité en permanence.

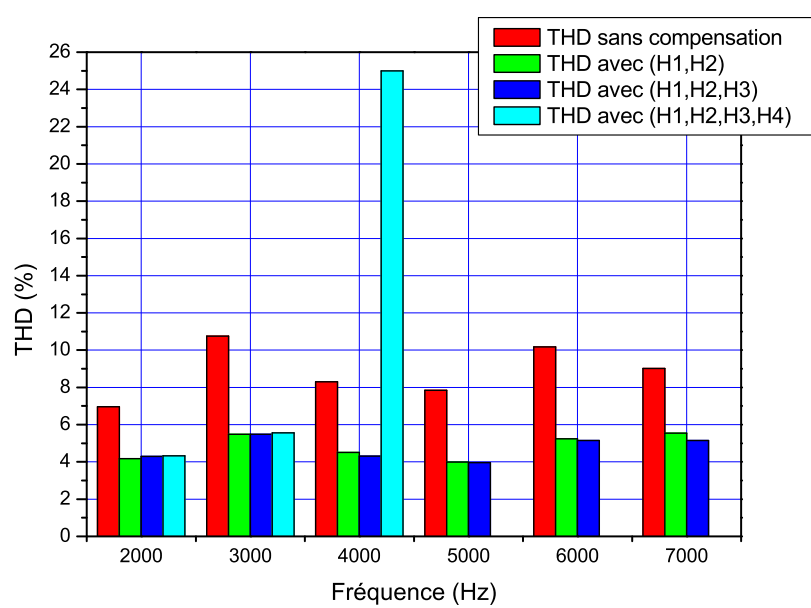


FIG. 7.7: Comportement de la THD en fonction du nombre de noyaux utilisés.

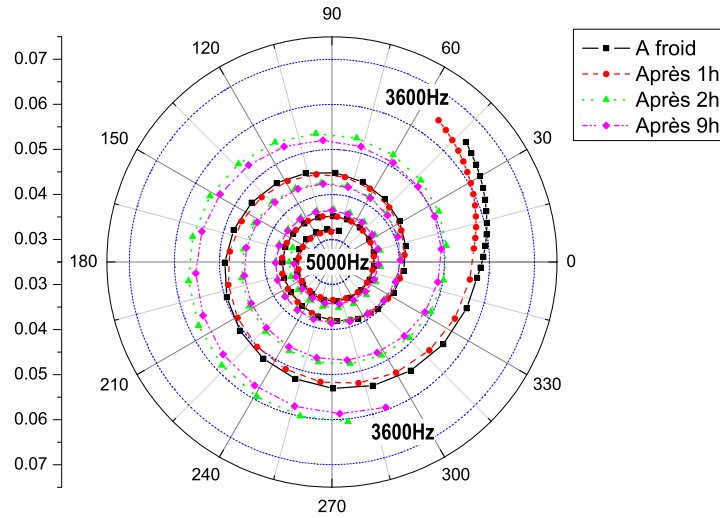


FIG. 7.8: Illustration de la non-autonomie de $H_1(j\omega)$ d'un haut-parleur à pavillon.

La figure 7.8 représente $H_1(j\omega)$ mesuré, en coordonnées polaires entre 3600 - 5000 Hz. On peut y observer un changement important de la phase durant les deux premières heures, illustré par la rotation du graphique autour de son centre. Passé ce temps de mesure, la phase semble se stabiliser. On peut également noter une légère diminution de l'amplitude entre la première et la deuxième heure de mesure.

La comparaison des figures 7.9 et 7.10, où l'on distingue l'ensemble de la réponse mesurée, met en évidence la rotation anti-horaire d'environ 30° de la courbe entre la première et la deuxième heure de mesure, et sa stabilisation pour les mesures suivantes, la courbe étant presque identique après 2h ou 9h d'excitation continue. L'ensemble des mesures, incluant les mesures intermédiaires, est présenté à l'annexe C.

On peut conclure que l'échauffement de la bobine du driver modifie $H_1(j\omega)$ et qu'il se justifierait de prévoir des dispositions appropriées de correction. Dans ce qui suit, on a cependant admis ces effets peu sensibles et on les a par conséquent négligés en première approximation. En effet, les conditions expérimentales étaient toujours bien reproductibles.

7.10 Résultats de la compensation

Sur la base des développements exposés précédemment, des expérimentations ont été menées, en vue de déterminer l'efficacité de la méthode de compensation. Les sections suivantes expliquent le mode opératoire de ces expériences et commentent les résultats

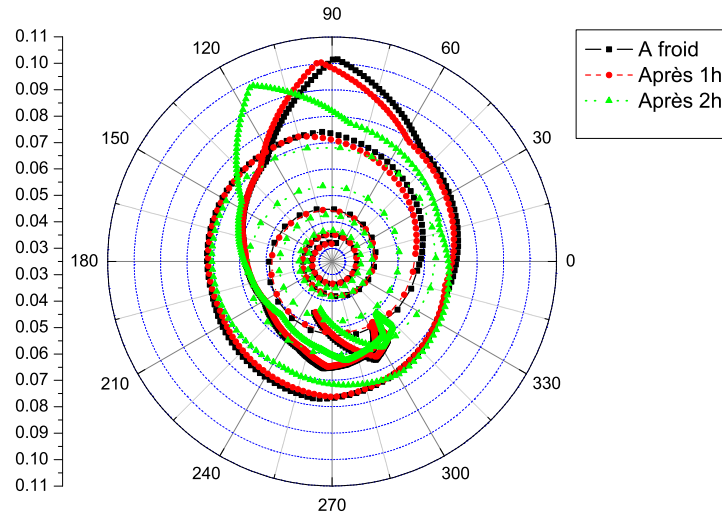


FIG. 7.9: Mesures ponctuelles du noyau de Volterra d'ordre 1 de 400 Hz à 5000 Hz.

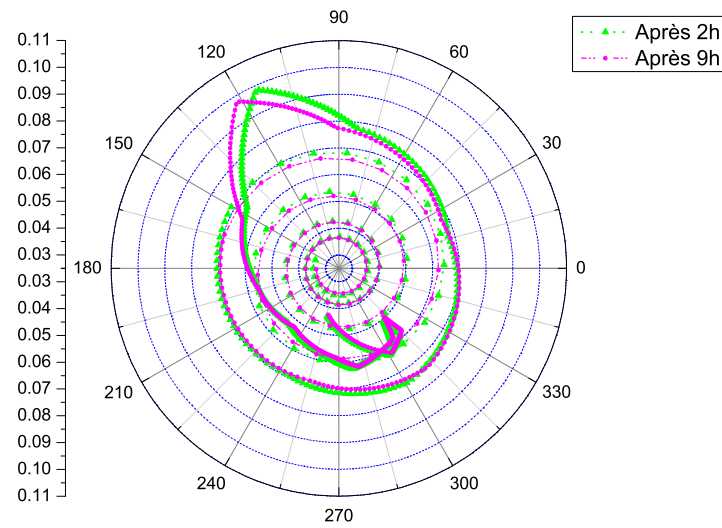


FIG. 7.10: Mesures du noyau de Volterra d'ordre 1 après 2 heures puis 9 heures de 400 Hz à 5000 Hz.

obtenus.

7.10.1 Expérimentation

La première expérimentation consiste à appliquer la méthode de compensation à un système haut-parleur constitué d'un driver MRD-480N et d'un pavillon de type MRH-650. Le dispositif expérimental utilisé à cet effet est décrit en annexe A.5.

La compensation a été réalisée dans un premier temps en un nombre limité de fréquences, afin de permettre l'étude en détail des résultats. Les fréquences de 500, 1000, 2000 et 4000 Hz ont été choisies de manière à disposer d'un ensemble de fréquences dans la réponse du haut-parleur.

Étant donné que l'on souhaite exploiter les noyaux jusqu'à l'ordre 3, il a fallu, pour chacune de ces fréquences, générer les excitations aux fréquences multiples, afin de pouvoir calculer les inverses des noyaux de Volterra (section 7.4). Le temps de vol a lui aussi été pris en compte, pour chacune des fréquences.

Les excitations correspondantes ont alors été traitées à l'aide des noyaux inverses (section 7.6) correspondants, et les excitations compensées ont été appliquées au système haut-parleur testé pour différents gains d'excitation. La fiche technique du haut-parleur faisant état d'une plage de tension admissible comprise entre 0 et 25 V, l'expérience a été répétée pour les tensions comprises entre 1 et 25 V, par pas de 2 V.

7.10.2 Analyse des résultats

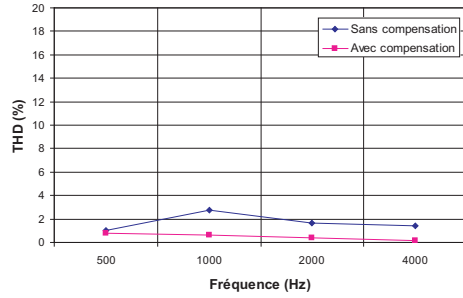
Les figures 7.11 représentent les valeurs de la distorsion harmonique totale (THD) en fonction de la fréquence, avec et sans compensation, et ce pour chacun des 13 niveaux d'excitation. L'analyse de ces graphiques suscite plusieurs commentaires.

On remarque tout d'abord que la distorsion du haut-parleur est toujours maximale à la fréquence de 1 kHz et minimale à 500 Hz. Comme cela était attendu, le taux de distorsion est faible aux faibles niveaux d'excitation ($< 1\%$) et augmente rapidement en fonction du gain, jusqu'à atteindre près de 20 % à la fréquence de 1000 Hz pour une amplitude de 25 V.

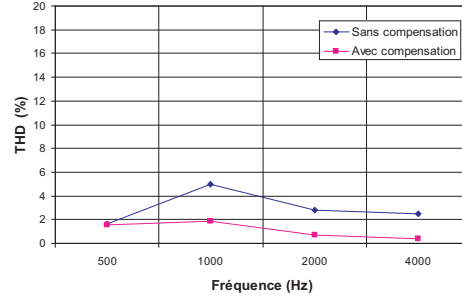
Concernant l'efficacité de la compensation, on constate que la réduction apportée par la compensation est négligeable, voire négative pour la fréquence de 500 Hz. Cela est dû au fait que cette fréquence se trouve en limite du spectre du moteur du pavillon, rendant l'extraction des noyaux moins précise.

Cette fréquence mise à part, l'efficacité de la méthode est manifeste. On observe une diminution de la distorsion d'un facteur supérieur à 2 jusqu'à une amplitude de 21 V. Même au gain maximum, une diminution notable de la distorsion est observable pour les deux fréquences médianes.

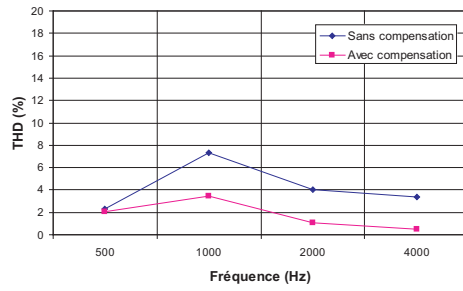
7.10 Résultats de la compensation



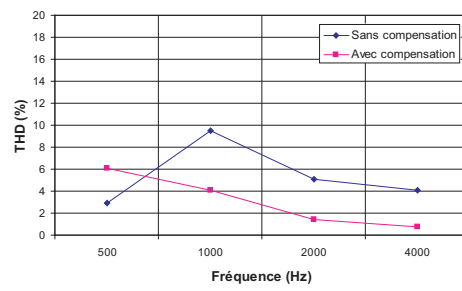
(a) Tension d'excitation 5V



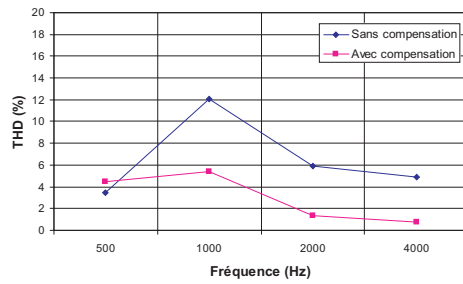
(b) Tension d'excitation 9V



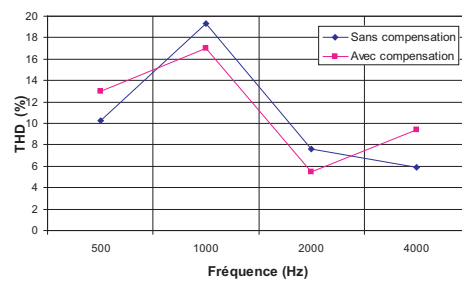
(c) Tension d'excitation 13V



(d) Tension d'excitation 17V



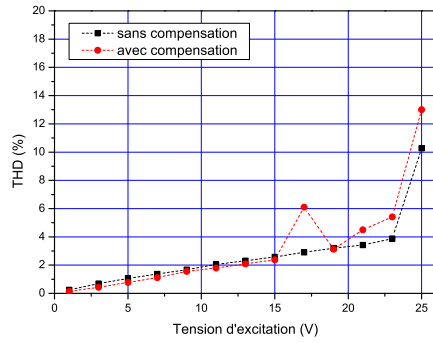
(e) Tension d'excitation 21V



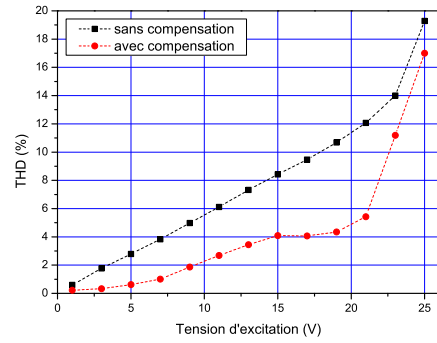
(f) Tension d'excitation 25V

FIG. 7.11: Taux de distorsion harmonique mesuré en fonction de la tension appliquée.

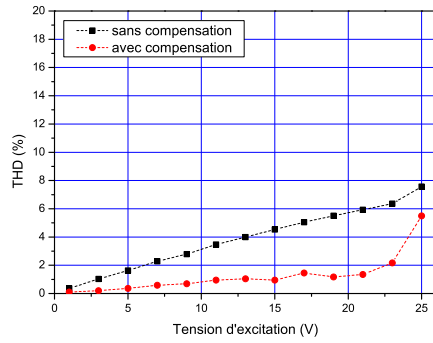
7 Compensation des non-linéarités



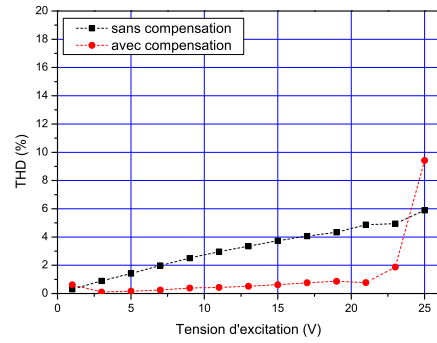
(a) 500 Hz



(b) 1000 Hz



(c) 2000 Hz



(d) 4000 Hz

FIG. 7.12: Taux de distorsion harmonique en fonction de la tension d'excitation, pour des excitations de 500 Hz, 1000 Hz, 2000Hz et 4000 Hz, sans puis avec compensation.

La figure 7.12 mettent en évidence la progression de la distorsion respectivement sans et avec compensation. Si cette évolution est plus ou moins proportionnelle jusqu'à 23 V sans compensation, avec un pic abrupt pour le niveau le plus élevé, on remarque en revanche une pente beaucoup plus douce avec la compensation. Des paliers à certaines fréquences et pour certaines plages de tension sont patents. La contre-performance observée à la fréquence de 500 Hz pour une tension de 17 V correspond sans doute à un problème lié à la mesure ou à son exploitation en ce point précis. Ici encore, la méthode est très efficace jusqu'à une amplitude de 21 V.

7.11 Application : mesure de microphones prototypes

Dans le cadre d'un projet européen, la méthode de compensation des non-linéarités a été mise en œuvre pour générer, à l'aide de haut-parleurs à pavillon, des formes d'ondes

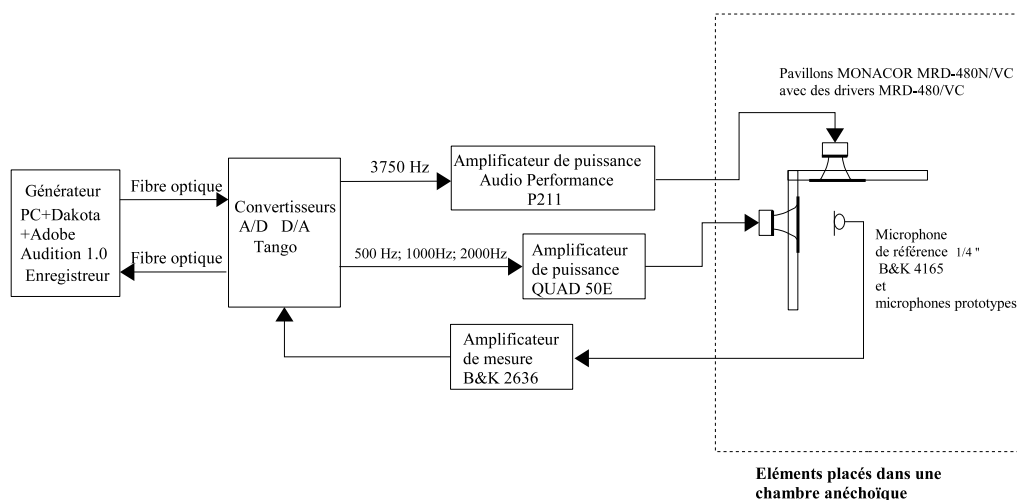


FIG. 7.13: Schéma de la mesure de distorsion d'intermodulation.

sinusoïdales très pures. Une campagne de mesure de microphones prototypes à des niveaux de pression très élevés a ainsi pu être menée à bien.

7.11.1 Mesure de produits d'intermodulation de microphones

La figure 7.13 illustre le principe du dispositif expérimental. Les deux sources sonores utilisées sont deux pavillons MRD-480N/VC (Fig. 7.14) avec deux drivers MONACOR MRD-480/VC montés sur baffles (7.15). Ces sources créent une pression de 130 dB au niveau du diaphragme des microphones prototypes.

Le premier haut-parleur à pavillon est excité avec un son pur de fréquence variable f_1 (500, 1000 ou 2000 Hz), alors que le second est excité avec un son pur f_2 (3750 Hz). Une carte son PCI Dakota TM Frontier et un convertisseur multi-canaux analogique-numérique/numérique-analogique TangoTM sont utilisés pour la génération des excitations et l'acquisition des réponses. Le pré- et post-processing des signaux est réalisé à l'aide d'Adobe Audition 1.0 Editor et de Matlab.

Les excitations à f_1 bénéficient d'une compensation en temps différé de la non-linéarité du haut-parleur à pavillon. On obtient de la sorte des excitations sinusoïdales les plus pures possibles. On mesurera donc uniquement les produits de distorsion engendrés par les microphones prototypes.

À la figure 7.16, on observe les comportements d'un microphone de référence Brüel&Kjaer 4165 et du microphone prototype excités par les deux sources. Les taux de distorsion d'inter-

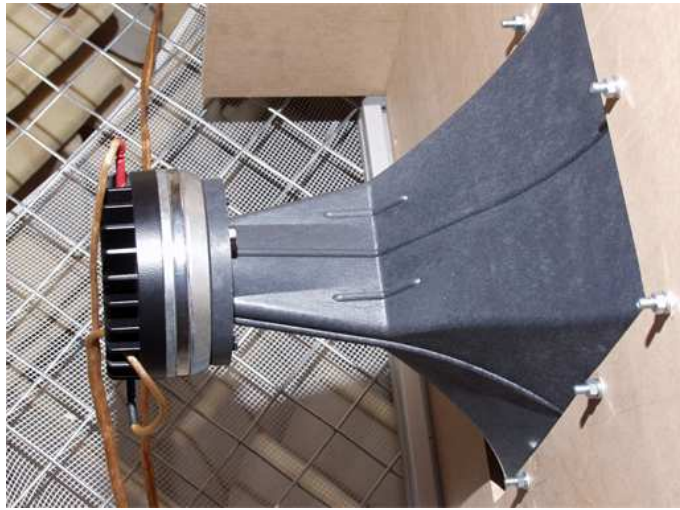
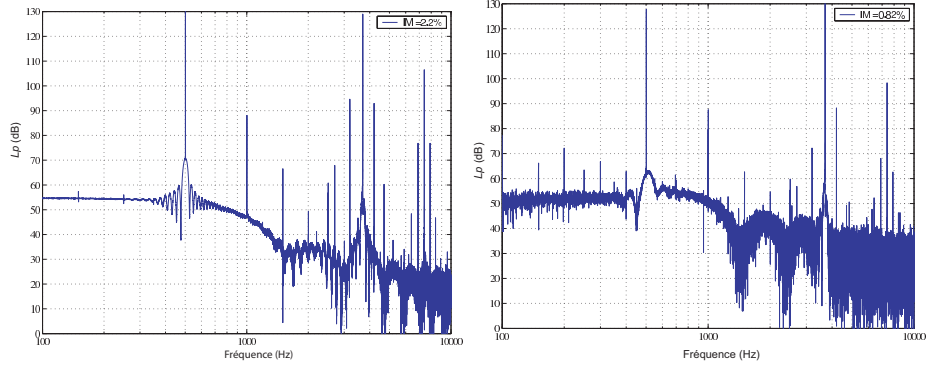


FIG. 7.14: Pavillon MONACOR MRD-480N/VC avec son driver MRD-480/VC.

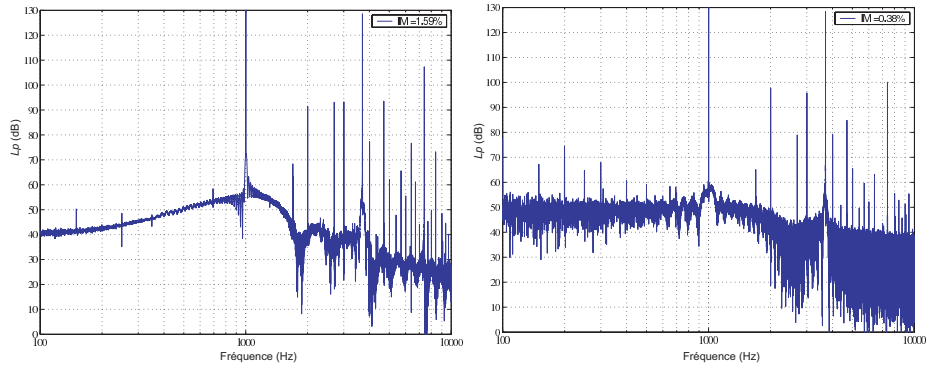


FIG. 7.15: Dispositif expérimental pour les mesures de produits d'intermodulation de prototype de microphone.

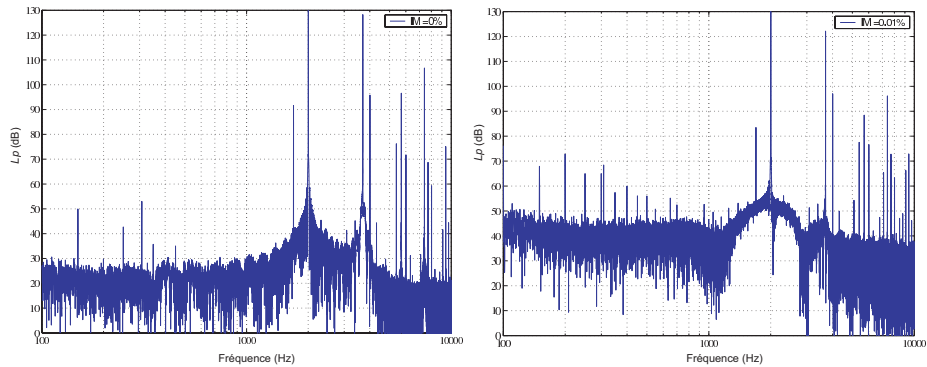
7.11 Application : mesure de microphones prototypes



(a) Microphone BK : $f_1 = 500$ Hz ; $f_2 = 3750$ Hz. (b) Microphone prototype : $f_1 = 500$ Hz ; $f_2 = 3750$ Hz.



(c) BK : $f_1 = 1000$ Hz ; $f_2 = 3750$ Hz. (d) Prototype : $f_1 = 1000$ Hz ; $f_2 = 3750$ Hz.



(e) BK : $f_1 = 2000$ Hz ; $f_2 = 3750$ Hz. (f) Prototype : $f_1 = 2000$ Hz ; $f_2 = 3750$ Hz.

FIG. 7.16: Produits d'intermodulation mesurés pour un microphone de référence BK 4165 et un microphone prototype.

modulation pour les combinaisons de fréquences ($f_2 - f_1$; $f_2 + f_1$; $f_2 - 2f_1$; $f_2 + 2f_1$; $f_2 - 3f_1$; $f_2 + 3f_1$) sont donnés en légende de la figure. Il apparaît que, pour les trois combinaisons de fréquences, les microphones prototypes produisent moins de 1% de distorsion d'inter-modulation, alors que les microphones Brüel&Kjaer montrent 2.2% de distorsion d'inter-modulation avec la combinaison 500 Hz et 3750 Hz.

7.12 Conclusion

On a démontré que l'on peut compenser les non-linéarités d'un système haut-parleur à pavillon. La méthode nécessite en premier lieu une analyse du comportement du système à tester au moyen des noyaux de Volterra, en tenant compte du temps de vol. Si cette caractérisation est un peu contraignante, elle permet en revanche de disposer d'un modèle complet pour prédire le comportement du système, quelle que soit l'excitation à laquelle il est soumis. La compensation des effets non linéaires, basée sur l'utilisation des noyaux inverses de Volterra, a aussi donné des résultats convaincants. Une diminution drastique du taux de distorsion harmonique a été observée jusqu'à des excitations élevées.

La démonstration théorique et expérimentale de la méthode de compensation a été réalisée en mettant en œuvre des excitations simples, d'une seule fréquence.

8 Compensation en temps réel

8.1 Problématique

On se propose de compenser, en temps réel, les effets des non-linéarités d'un haut-parleur à pavillon. A cet effet, un démonstrateur sera réalisé et ses performances seront mesurées.

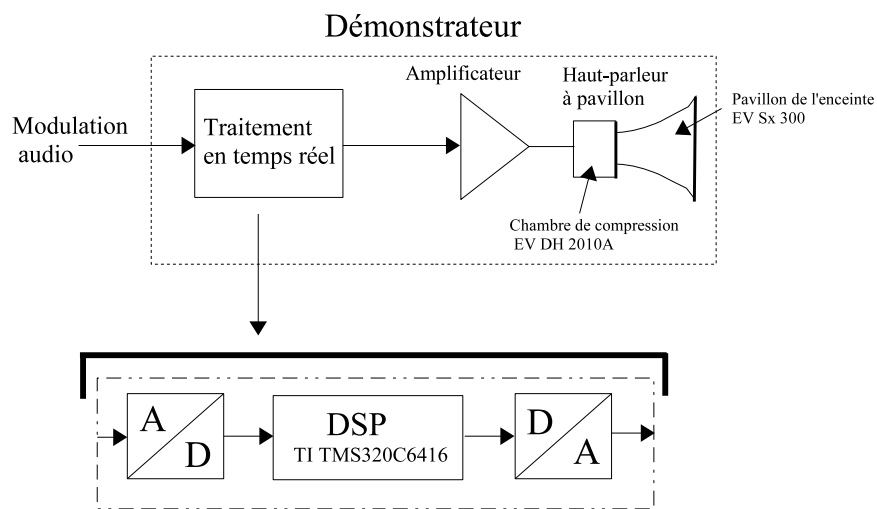


FIG. 8.1: Schéma fonctionnel du démonstrateur à réaliser.

Le schéma de la figure 8.1 décrit le principe de ce démonstrateur. On caractérisera ses performances, comme cela avait été fait en temps différé.

Dans le cadre du projet de collaboration industrielle dans lequel s'inscrit ce démonstrateur, le haut-parleur consiste en un pavillon de l'enceinte EV Sx 300, avec un driver DH 2010A. Il va donc falloir tenir compte de leurs particularités. De manière générale, on sait que la cause principale de non-linéarité des haut-parleurs à pavillon est le pavillon lui-même (transformation d'état dans la chambre de compression non linéaire).

On a vérifié que l'amplificateur était assez linéaire pour ne pas avoir à prendre en compte sa non-linéarité (annexe F.2). Dans l'impossibilité de déterminer séparément les non-linéarités du driver et du pavillon, on admet que celles du pavillon sont majorante, ce qui est une hypothèse tout à fait réaliste.

8.2 Matériel

Pour réaliser le démonstrateur, nous disposons d'un kit de développement DSP de la marque Texas Instruments. Il s'agit d'en tirer le meilleur profit et de tenir compte des contraintes qui lui sont liées. Cela impose des choix techniques qui limitent certainement les performances de la compensation. Une optimisation permettra de valoriser au mieux les ressources matérielles dont on dispose. Le choix futur d'un matériel plus puissant autorisera l'extension des performances.

8.3 Caractéristiques de la carte DSP

Les caractéristiques du kit de développement disponible sont les suivantes :

- DSP Starter Kit (DSK) TMS320C6416
- CPU point fixe à 600MHz (4800 MIPS)
- Codec TLV320AIC23 Stereo (échantillonnage 8 KHz extensible sur certaines versions jusqu'à 48 kHz, avec une résolution de 16 ou 32 bits)
- 128 Ko de mémoire cache programme L1P et 128 Ko de mémoire cache donnée L1D
- 1 Mo de mémoire tampon rapide L2
- 512 Ko de mémoire flash externe
- 16 Mo de mémoire SDRAM externe
- Architecture "Très Longues Instructions" (Very Long Instruction Word)
- Communication avec le PC par port USB.

Le développement est effectué en langage C, à l'aide d'une plateforme spécifique (*Composer Studio*) fournie avec le Kit DSK.

Pour un traitement par paquets de données audio, on considérera des trames de 128 échantillons, codées sur 16 bits, à la fréquences d'échantillonnage de 48 kHz. La durée d'une trame est donc de 2.67 ms.

8.4 Temps réel

Un système travaille en temps réel lorsqu'il n'introduit qu'un retard constant entre son excitation et sa réponse : à une excitation correspond une réponse de la même durée, survenant avec un retard τ_r . Les débits de l'excitation et de la réponse sont égaux. On fait en sorte que τ_r soit suffisamment court pour ne pas occasionner de gêne dans l'utilisation prévue.

La condition de fonctionnement en temps réel est que le temps de traitement d'une trame reste toujours inférieur à la durée de celle-ci.

8.5 Domaine fréquentiel ou temporel ?

La figure 8.2 donne les schémas fonctionnels pour les traitements dans le domaine temporel, puis fréquentiel.

Dans le domaine temporel, on effectue une convolution pour chacun des ordres de noyaux. A l'ordre 1, la réponse discrète $r(n)$ à une excitation discrète $e(n)$ nécessite une sommation de N termes.

$$r(n) = (k_1 * e)(n) = \begin{cases} \sum_{i=n-N+1}^n k_1(n) \cdot e(n-i), & n = 0, \dots, N-1 \\ 0 \leq n-I < N \end{cases} \quad (8.1)$$

Les convolutions sont implémentées par des filtres à réponse impulsionnelle finie (FIR). On calcule les temps d'exécution de l'algorithme optimisé de FIR fourni dans la librairie d'outils "DSPLib" donnée avec la carte DSP.

Soit une trame de n_e échantillons. Le temps d'exécution d'une convolution utilisant n_h coefficients réels est de $((11 + n_h) \frac{n_e}{4} + 15)$ cycles d'horloge. Avec $n_e = 512$ et $n_h = 256$, cela représente 34191 cycles d'horloge, soit $57\mu s$, pour un CPU cadencé à une fréquence de 600 MHz.

Si l'on double n_e et n_h , on obtient un temps de calcul environ quatre fois plus élevé, soit 0,22 ms avec 131343 cycles.

Aux ordres 2 et 3, il faut effectuer des sommations doubles et triples pour le calcul des convolutions, et substituer les facteurs n_e^2 et n_e^3 au facteur n_e dans l'expression du nombre de cycles. A la figure 8.2 sont indiqués les temps de traitement et les retards correspondants.

Pour l'ensemble des ordres 1 à 3 on trouve, lorsque l'on traite quatre trames consécutives d'une durée de 10,66 ms, un temps de calcul total supérieur à 15 secondes sur un système cadencé à 600 MHz. Il n'est pas envisageable de travailler dans le domaine temporel, étant donné que même à l'ordre 2, le temps de calcul est supérieur à τ_a .

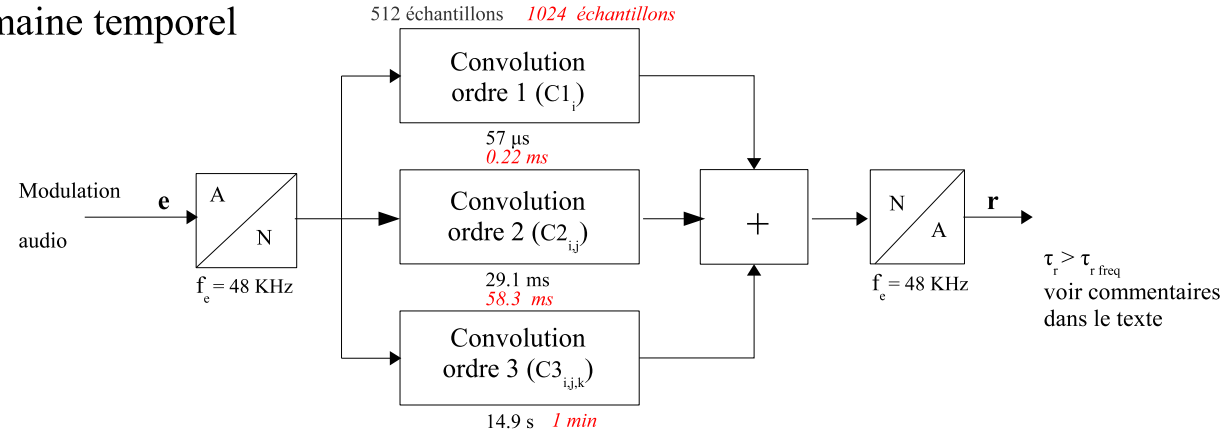
Dans le domaine fréquentiel, le traitement nécessite une transformée de Fourier rapide (FFT), la compensation (multiplication par les noyaux \underline{K}) et une FFT inverse, dont les algorithmes sont fortement optimisés.

Pour une FFT sur n_e échantillons, le nombre de cycles est défini par :

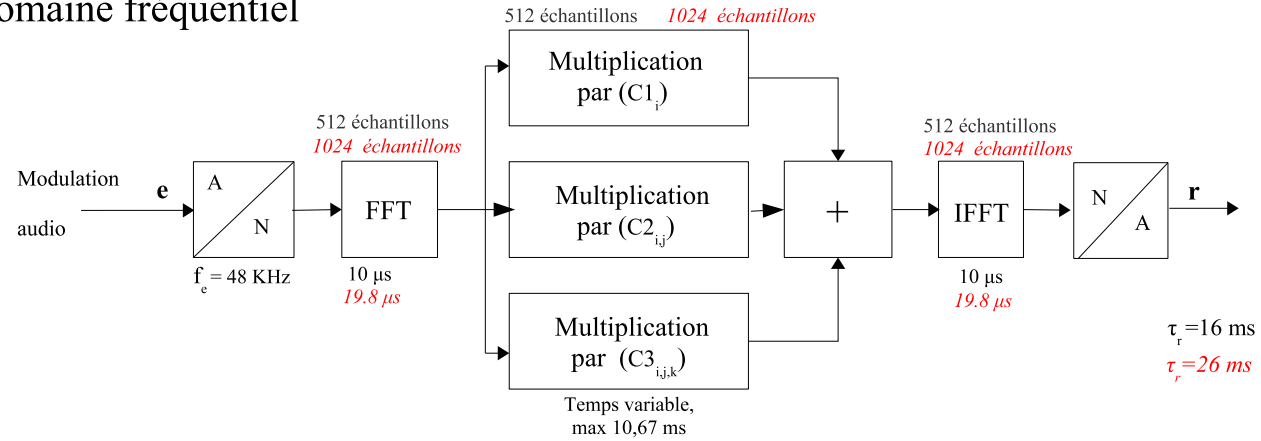
$$\left(10 \left(\frac{n_e}{4} + 1\right) + 10\right) \cdot \text{ceil}(\log_4(n_e) - 1) + 6 \left(\frac{n_e}{4} + 2\right) + 27 \quad (8.2)$$

où la fonction $\text{ceil}(z)$ renvoie à la valeur de z arrondie à l'entier supérieur.

Domaine temporel



Domaine fréquentiel



En *rouge*: cas lorsque l'on double le nombre d'échantillon, de 256 à 512

FIG. 8.2: Organigrammes des compensations dans les domaines fréquentiel et temporel.

On trouve un total de 6007 cycles, soit $10\mu s$ pour une FFT sur 512 échantillons. Pour 1024 échantillons, on double environ le nombre de cycles, avec 11895 cycles, soit $19.8\mu s$.

Il faut appliquer les noyaux inverses de Volterra à l'excitation, ce qui demande des multiplications.

La figure 8.2 montre que la compensation dans le domaine fréquentiel est nettement plus rapide que dans le domaine temporel. Cet avantage va permettre d'effectuer le traitement jusqu'à l'ordre 3.

8.6 Temps de traitement

Le schéma fonctionnel de l'implémentation de la compensation dans le domaine fréquentiel sur la carte DSP TI TMS320C6416 DSK est donné à la figure 8.3.

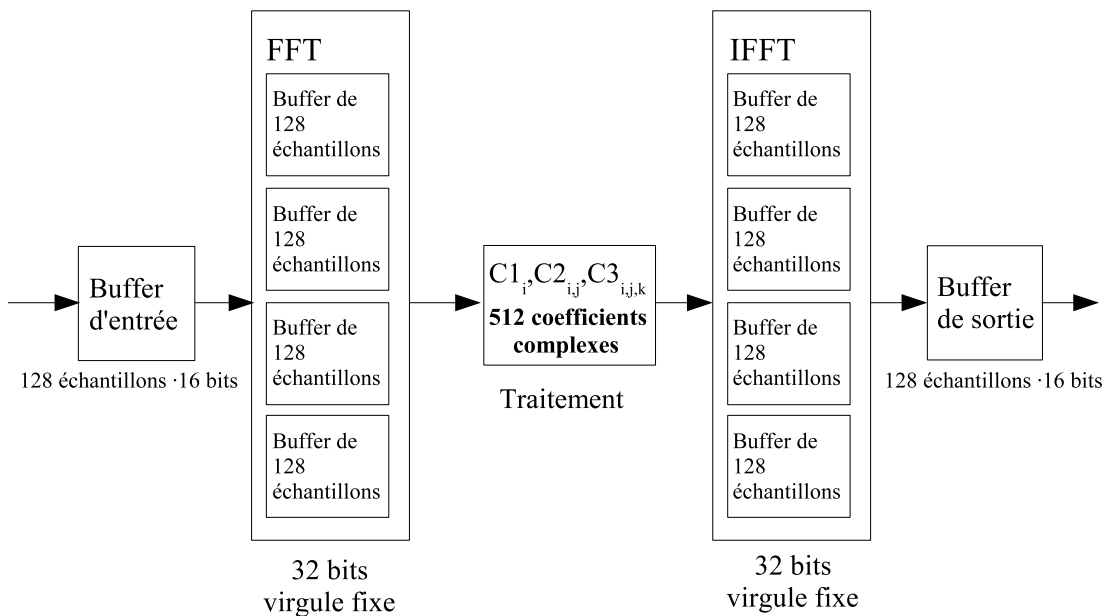


FIG. 8.3: Schéma fonctionnel de l'organisation du calcul.

On a décidé de travailler sur des trames audio de 128 échantillons, de durée 2,67 ms.

La FFT utilise la technique de l'entrelacement, avec une taille des buffers égale à 4 fois celle des buffers audio d'entrée/sortie ; cela nécessite un retard de 4 fois la durée d'une trame, soit 10.67 ms.

L'utilisation de la technique "Ping-Pong" ajoute un retard de $2 \tau_a$. Au total, le signal compensé est disponible après un retard de $6 \tau_a$, soit 16 ms.

8.7 Limitations

La fréquence d'échantillonnage définit la largeur de bande de la modulation. Le théorème de Shannon impose que la fréquence maximale soit au plus la moitié de la fréquence d'échantillonnage.

La bande utile de notre haut-parleur à pavillon s'étend environ de 1 kHz à 8 kHz. Étant donné que l'on souhaite effectuer une compensation en utilisant les noyaux jusqu'au troisième ordre, il faut pouvoir traiter des composantes jusqu'à $3 \times 8 \text{ kHz} = 24 \text{ kHz}$. La fréquence d'échantillonnage de 48 kHz peut donc être utilisée.

La principale limitation technique de la carte est la haute fréquence d'échantillonnage des codecs. En principe, on ne devrait pas appliquer d'excitation au-delà de 4 kHz. Comme il n'y a pas de filtre de garde, cela est néanmoins possible au prix de composantes "repliées", ce qui entraîne une diminution des performances. La bande utile est donc en principe limitée de 1 à 4 kHz.

Afin de favoriser un transfert assez rapide des données entre le buffer d'entrée et le traitement des données, puis entre celui-ci et le buffer de sortie, une résolution de 16 bits par échantillon a été choisie. Les opérations mathématiques sur des nombres à 16 bits étant nettement plus rapides que celles sur des nombres à 32 bits, ce choix est un compromis qui permettra de traiter le signal avec plus de coefficients. Le choix d'un buffer d'entrée/sortie de 128 échantillons est dicté par la limitation de la capacité de la mémoire tampon de premier niveau (L1D). Les performances de transfert sont optimales pour cette valeur, qui reste cependant faible et n'autorise pas une résolution suffisante de la transformée de Fourier.

On augmente en conséquence artificiellement cette longueur, en mémorisant plusieurs trames successives.

Le nombre d'échantillons traités par trame est limité par la quantité de mémoire tampon disponible et par la capacité du CPU à effectuer une grande quantité d'opérations à la seconde, exprimée en millions d'opérations par seconde (MIPS).

Pour des raisons de rapidité de lecture et d'écriture, l'utilisation de la mémoire tampon (buffer) s'impose, la mémoire de type Flash de 512 kb étant nettement plus lente. Ici encore, un compromis a été fait.

Un nombre élevé de raies demande un nombre correspondant de coefficients pour les K et en conséquence une quantité de mémoire supérieure, ainsi qu'un temps de traitement considérablement plus long. Cela justifie que l'on se soit fixé une trame audio dont la taille est quatre fois la taille des buffers d'entrée/sortie.

Il en résulte que le traitement est effectué à chaque fois que les contenus des quatre buffers d'entrée ont été transmis au programme. Nous verrons plus loin une technique utilisée pour réduire la latence de traitement à deux buffers.

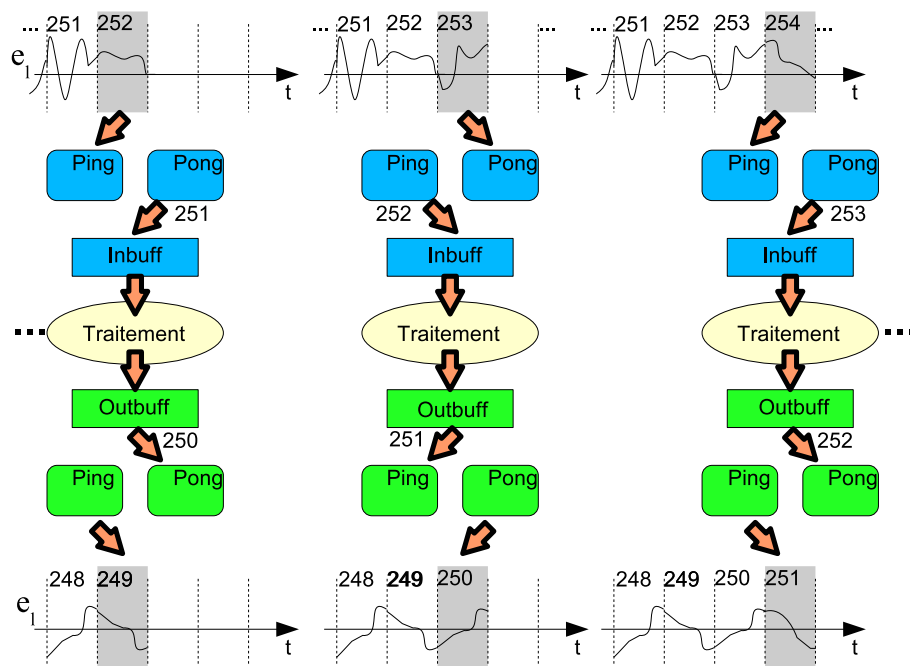


FIG. 8.4: Technique des double buffers, dite “Ping-Pong”.

8.8 Programmation

8.8.1 Découpage en trames

Deux buffers sont utilisés pour stocker les trames audio d'entrée et de sortie. Le premier, *inbuff*, sert à transmettre des trames de 128 échantillons du codec audio vers la routine de traitement. Celui de sortie, *outbuff*, transmet au codec audio les échantillons traités. Ces transferts sont effectués simultanément, à intervalle régulier τ_a .

Afin d'éviter des pertes de données lors du transfert d'un buffer à l'autre, une technique de dédoublement des buffers d'entrée et de sortie a été mise en place. Connue sous le nom de "Ping-Pong" [2], elle consiste à utiliser alternativement le premier buffer (Ping) puis le second (Pong).

Pendant que le contenu de l'un est transmis au programme, le second est utilisé pour stocker les données entrantes. De cette manière, la contrainte de synchronisation des transferts est assurée. Le même principe est appliqué en sortie.

8 Compensation en temps réel

La figure 8.4 illustre ce principe : une suite de trames est représentée au haut de la figure. Pour faciliter la compréhension des contraintes temporelles, les trames sont numérotées par ordre chronologique croissant.

8.8.2 FFT

La transformée de Fourier discrète (DFT) pour des signaux apériodiques limités à une durée de N échantillons est :

$$\underline{E}(k) = \sum_{n=0}^{N-1} e_n \mathbb{W}_N^{kn}, k = 0, \dots, N-1 \quad (8.3)$$

où les coefficients \mathbb{W}_N^{kn} sont définis par

$$\mathbb{W}_N^k = e^{-2jk/N} \quad (8.4)$$

où k est le rang de la raie, c'est-à-dire le k -ième canal, et n , le n -ième échantillon dans le domaine temporel.

La FFT est un algorithme consistant en une optimisation de la DFT. Les coefficients \mathbb{W}_N^{kn} sont calculés à l'avance et stockés dans un tableau, ce qui permet de diminuer la quantité de calculs requis.

La transformée inverse peut être calculée par la formule (8.3), multipliée par $\frac{1}{N}$ et dans laquelle on substitue aux \mathbb{W}_N^{kn} leurs conjugués \mathbb{W}_N^{kn*} . On a, en vertu des propriétés des nombres complexes :

$$e(n) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} \underline{E}(k) \mathbb{W}_N^{kn*} = \frac{1}{N} \left(\sum_{k=0}^{N-1} \underline{E}(k)^* \mathbb{W}_N^{kn} \right)^*, n = 0, \dots, N-1 \quad (8.5)$$

De la sorte, on utilise le même jeu de coefficients \mathbb{W}_N^{kn} , ce qui permet de réduire la quantité de mémoire.

Pour une FFT effectuée sur des nombres entiers avec une précision de 32 bits, on peut estimer le nombre de cycles nécessaires pour une trame audio à 6007 cycles [40]. La cadence du DSP étant de 600MHz, une FFT ne requiert que $10\mu s$. Une comparaison de ce temps avec la durée d'une trame audio de 2.67 ms montre que la transformée de Fourier rapide n'est pas un facteur limitant.

L'utilisation d'une FFT sur 512 échantillons, associée à une fréquence d'échantillonnage de 48 kHz, impose de pouvoir traiter les fréquences comprises entre 0 et 24 kHz. D'après le théorème de Nyquist, pour un échantillonnage à 48 kHz, on ne couvre que les fréquences de 0 à 24 kHz (24 kHz correspond au canal 256). A partir de cette donnée, les 256 premiers points représentent les fréquences de 0 à $f_{ech/2} = 24$ kHz et les canaux de 256 à 511 représentent les fréquences négatives, comptées dégressivement, soit de $-f_{ech/2} =$

−24 kHz à 0.

La trame audio étant à valeurs réelles, on pourra utiliser les propriétés :

$$\begin{aligned}\operatorname{Re}[FFT(512 - i)] &= \operatorname{Re}[FFT(i)] \\ \operatorname{Im}[FFT(512 - i)] &= -\operatorname{Im}[FFT(i)]\end{aligned}\tag{8.6}$$

La correspondance entre un canal de la FFT et la fréquence est :

$$\text{Rang de la raie} = 512 \cdot \frac{f}{48000}\tag{8.7}$$

8.8.3 Optimisation d'algorithme

La transformée de Fourier d'une trame audio finie subit une apodisation. Ce phénomène est bien connu et il existe des solutions permettant d'y remédier partiellement. Une méthode de recouvrement "Add-Overlap" [37, 30] a été choisie.

Illustrée par la figure 8.5, elle consiste à effectuer deux fois plus de FFT que nécessaire, en utilisant deux buffers distincts, se recouvrant de $\frac{\tau_a}{2}$, donc décalés l'un par rapport à l'autre.

Sur la figure, en entrée, les buffers sont notés A et B. Les échantillons de la trame concernée sont transmis à ces deux buffers simultanément. Lorsque l'un des buffers est plein, on effectue la FFT, le traitement, la IFFT, et le résultat est stocké dans le buffer de sortie C ou D correspondant. Les contenus des buffers C et D sont simultanément concaténés, pour reconstituer la trame de sortie.

Il est à noter que, du fait de la taille des buffers A à D, les transferts d'entrée et de sortie sont effectués séquentiellement, sur des quarts de buffer, tandis que le traitement est réalisé en une fois, sur un buffer complet.

On nomme $\underline{SC}(E_k)$ le spectre complexe résultant de la transformée de Fourier d'une trame audio.

8.8.4 Coefficients des noyaux inverses \underline{C}

La compensation nécessite de multiplier les transformées des trames \underline{SC} par les coefficients \underline{C} des noyaux \underline{K} .

Les valeurs de \underline{C} pour toutes les combinaisons de raies de la FFT sont calculées à l'avance et stockées sous forme de fichiers ASCII chargés lors du lancement du programme.

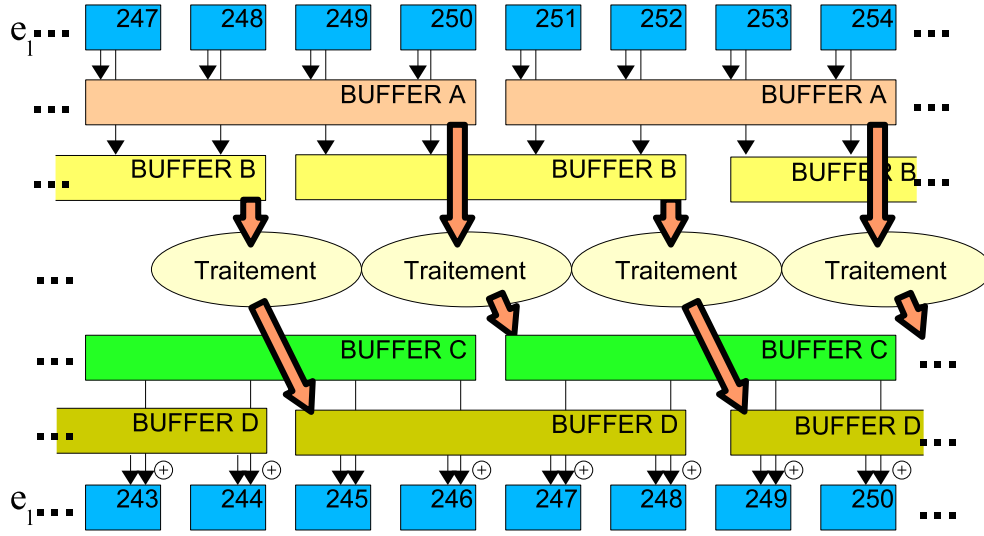


FIG. 8.5: Technique d'entrelacement des buffers, dite "add-overlap".

Les coefficients \mathbb{C}_1 , \mathbb{C}_2 et \mathbb{C}_3 correspondent respectivement aux noyaux inverses \mathbb{K}_1 , \mathbb{K}_2 et \mathbb{K}_3 . Pour se faire une idée du nombre de coefficients requis selon l'ordre, un exemple est donné à la figure 8.6, pour 10 coefficients par dimension. Cela signifie que l'ordre 1 couvre 10 raies, l'ordre 2 couvre $10^2 = 100$ doublets de raies et que l'ordre 3 couvre $10^3 = 1000$ triplets de raies.

On peut permuer librement les fréquences d'un noyau, de sorte que $H_2(f_1, f_2) = H_2(f_2, f_1)$. De même, $H_3(f_1, f_2, f_3) = H_2(f_1, f_3, f_2) = H_2(f_3, f_1, f_2)$. En conséquence, pour le traitement à l'ordre 2, ne seront utilisés que les coefficients $\mathbb{C}_2(f_1, f_2)$ vérifiant $f_1 \leq f_2$. On aura pris soin de multiplier par 2 la valeur de ceux-ci lorsque $f_1 \neq f_2$, car ils correspondent à 2 doublets de fréquences identiques : $\mathbb{C}_2(f_1, f_2) = H_2(f_1, f_2) + H_2(f_2, f_1)$. Ces règles s'appliquent aussi à l'ordre 3, et un coefficient \mathbb{C}_3 correspond à la somme de 4 noyaux H_3 si les 3 fréquences sont distinctes, ou de 2 noyaux si 2 fréquences sont identiques.

Les propriétés de symétrie permettent de réduire le nombre de coefficients utiles à 55 pour l'ordre 2 (90/2, plus les points de la diagonale qui ne sont pas concernés par la symétrie) et à 220 pour l'ordre 3.

8.8.5 Compensation spectrale

Comme dit plus haut, elle consiste à multiplier les spectres complexes \underline{SC} par les coefficients \mathbb{C} . La figure 8.7 donne le principe de la compensation.

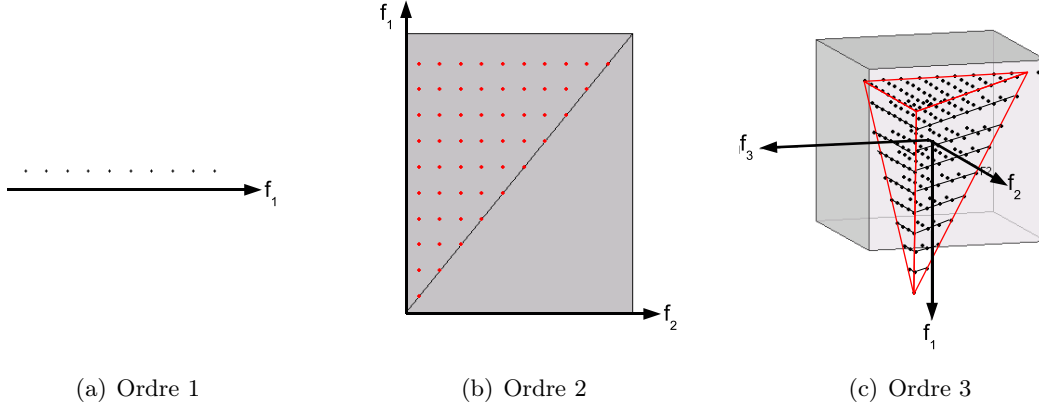


FIG. 8.6: Représentation graphique du nombre de coefficients utilisés.

Pour cet ordre, on aura défini les coefficients sur toute la bande utile.

Le traitement à l'ordre 2 nécessite de prendre en compte les couples de fréquences (f_1, f_2) pour déterminer le terme à la fréquence $f_1 + f_2$.

Le principe du traitement à l'ordre 3 est le même, en prenant cette fois-ci les triplets de fréquences (f_1, f_2, f_3) , et le gain en performance est d'autant plus considérable, le temps d'exécution d'une triple boucle imbriquée variant comme le cube du nombre d'éléments de la boucle.

Les trois \underline{Y}_1 , \underline{Y}_2 et \underline{Y}_3 ainsi obtenus sont sommés pour constituer la trame de sortie.

Plutôt que de parcourir une double boucle imbriquée, comme réalisé jusqu'à présent, on a décidé de limiter l'action de la compensation à l'ordre 2 aux coefficients ayant une amplitude au-dessus d'un seuil déterminé. Le gain obtenu en temps de calcul est considérable et l'impact sur les résultats négligeable.

On verra qu'il est possible, pour les ordres 2 et 3, de ne conserver du \underline{SC} que la partie où $|\underline{SC}(\underline{E}_k)| \leq 16$, et de ne pas traiter les très faibles \underline{E}_k . Cela permet de traiter le signal beaucoup plus rapidement et en ne perdant que très peu de qualité.

8.9 Choix optimal des coefficients

Le traitement par les noyaux inverses est la partie du code qui demande le plus de temps d'exécution. Un nombre trop faible compromet une compensation efficace.

Pour déterminer le nombre optimum de coefficients, qui permettrait de couvrir pour chaque ordre la bande utile du haut-parleur, des hypothèses et calculs doivent encore être

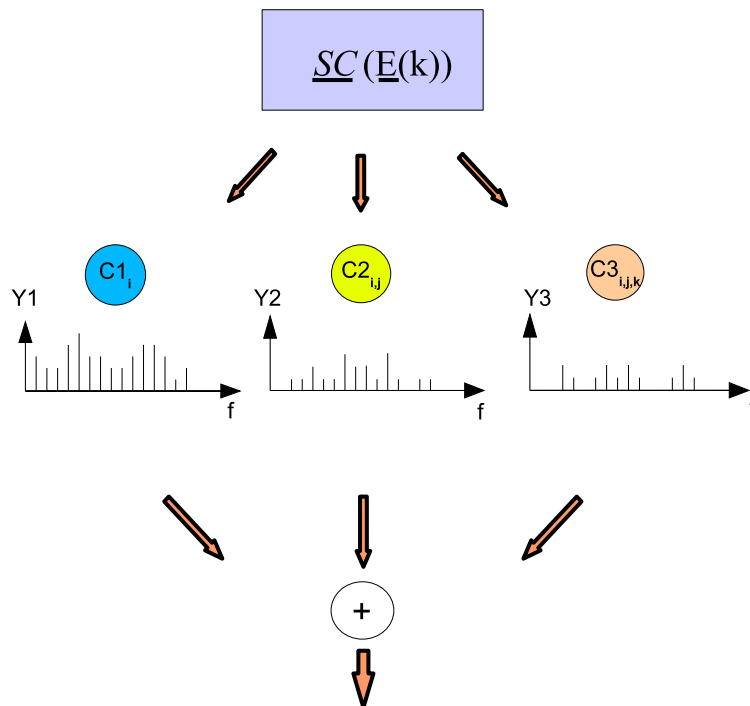


FIG. 8.7: Compensation par les noyaux inverses, telle qu'elle est implémentée pour le traitement en temps réel dans le domaine fréquentiel.

faits.

Les règles suivantes sont à observer pour le choix des coefficients :

- La réponse en fréquence haut-parleur à pavillon s'étend environ de 1 kHz à 8 kHz. En utilisant une FFT de 512 points, cette bande de fréquence correspond à une gamme de canaux allant de 11 à 85, soit 65 coefficients complexes d'ordre 1.
- Pour l'ordre 2, 65 coefficients sont nécessaires pour f_1 , et autant pour f_2 . On a un total de $\frac{65 \times 66}{2} = 2145$ coefficients.
- Pour l'ordre 3, il faut compter 65 coefficients pour f_1 et autant pour f_2 et f_3 ; avec la condition que $f_1 \leq f_2 \leq f_3$, on obtient 47905 coefficients.

Le total est de 50306 coefficients.

En termes de mémoire, on a besoin de 4 octets pour chacun des coefficients, ceux-ci étant à valeurs complexes et codés sur 16 bits. Cela représente une quantité de mémoire d'environ 200 koctets (kbytes). Cette valeur n'est pas critique, étant donné que l'on dispose de 1 Mo de mémoire (rapide de niveau L2). Par contre, le temps d'exécution des boucles du programme pour effectuer ces opérations peut devenir un facteur limitant s'il dépasse le temps imparti entre deux buffers successifs.

A partir de l'ordre 3, le nombre de coefficients devient conséquent. On pourrait envisager, afin de le limiter, de ne garder que les termes supérieurs à 128, c'est-à-dire ceux jouant un rôle réellement significatif pour la compensation.

Afin de pouvoir calculer les noyaux inverses, l'extraction des noyaux nécessite des mesures jusqu'à $3f_{Max}$ à l'ordre 1, $2f_{Max}$ à l'ordre 2 et f_{Max} à l'ordre 3. Lorsqu'il s'agit d'effectuer la compensation, on se limite à une fréquence f_{Max} , pour chaque noyau. Ceci limite de manière considérable la charge de calcul du DSP.

8.9.1 Incertitudes sur les coefficients

Le codage binaire des coefficients \mathbb{C} implique une erreur de quantification.

Lorsque les coefficients sont codés comme des entiers sur 16 bits, on prend soin de normaliser leur valeur par rapport au plus grand coefficient du tableau, que l'on nommera $\mathbb{C}_{i,Max}$. Cela signifie que le coefficient dont la valeur est la plus élevée bénéficiera de la précision maximale de 15 bits (1 bit est réservé pour le signe), soit $1/32768$, ou une incertitude relative de $3 \cdot 10^{-5}$. Pour les autres valeurs du tableau, l'incertitude absolue reste égale à $\mathbb{C}_{i,Max}/32768$, ce qui signifie que l'incertitude relative sur les coefficients de faible amplitude est plus élevée. Étant donné que ces coefficients ont un poids moindre sur la correction à appliquer, travailler en virgule fixe est finalement un avantage.

L'échantillonnage des signaux se fait en 16 bits, incluant le bit de signe. On a à ce niveau-là une incertitude absolue égale à la valeur de la pleine échelle, divisée par 32768.

Le calcul de la FFT et les produits complexes sont effectués tous deux avec une résolution de 32 bits (Fig. 8.3), ce qui évite la perte d'information. Texas Instruments indique une incertitude absolue de 1.5 bits pour la FFT. Comparée aux incertitudes liées aux opérations effectuées en 16 bits, elle est négligeable.

8.9.2 Charge CPU

Le taux d'utilisation du processeur du DSP, appelé aussi charge CPU, a été mesuré pour différentes combinaisons de types (flottants ou entiers) et de nombres de coefficients. Le graphique 8.8 représente la charge du CPU en fonction du nombre total de coefficients lorsque l'on fait varier N_2 , le nombre de coefficients à l'ordre 2.

La configuration utilisée correspond ici à des coefficients codés sur 32 bits, en virgule flottante (FLOAT). Les produits complexes sont en conséquence également effectués en virgule flottante, et la charge CPU est saturée lorsque l'on dépasse les 5000 coefficients traités par trame, comme le montre la figure 8.8.

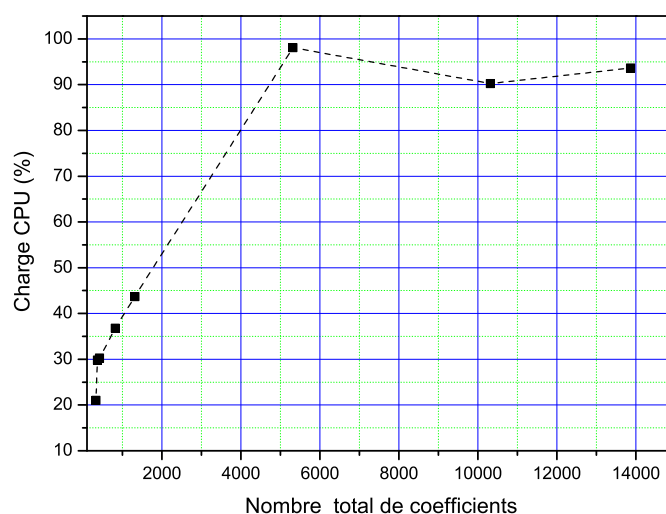


FIG. 8.8: Courbe de charge du CPU du DSP en fonction du nombre total de coefficient en mode FLOAT.

Des mesures équivalentes ont été réalisées en utilisant des coefficients entiers, codés sur

16 bits en virgule fixe, et en effectuant les produits complexes à l'aide de nombres entiers également, sur 32 bits. Les règles suivantes ont pu être observées :

- Le nombre N_1 de coefficients d'ordre 1 ne joue aucun rôle. Ce paramètre ne sera donc pas pris en considération lors du choix du nombre de coefficients. Cela nous conforte dans le choix d'utiliser l'ensemble des 256 coefficients pour l'ordre 1.
- On observe une dépendance linéaire en fonction du nombre N_2 de coefficients d'ordre 2 et N_3 d'ordre 3. Cette dépendance est illustrée par la figure 8.9.
- La quantité de calculs à effectuer n'étant pas comparable pour ces deux ordres, on observe deux pentes différentes pour la dépendance en N_2 et N_3 .

Pour les différentes combinaisons de coefficients, la charge CPU est représentée à la figure 8.10, conjointement à l'histogramme cumulé du nombre de coefficients des ordres 1 à 3.

Sur la base de ces observations, on a établi :

$$\text{Charge CPU (\%)} = 33,5 + 0,0016 \cdot N_2 + 0,059 \cdot N_3 \quad (8.8)$$

On voit sur le graphique de la figure 8.11 que ce modèle concorde avec les mesures.

Une solution pour optimiser la quantité de coefficients consiste à sélectionner dans la FFT un certain nombre de raies, à savoir les k premières raies, en termes d'amplitude. Si l'on ne traite que ces raies, le nombre de coefficients pour l'ordre 2 sera égal à $\frac{N_r(N_r+1)}{2}$ et à $\frac{N_r(N_r+1)(N_r+2)}{6}$ à l'ordre 3. En se basant sur le modèle établi de la charge CPU, on détermine la plus grande valeur de N_r avant saturation (Fig. 8.12). On constate que la limite est de 18 canaux. Pour avoir une marge de sécurité, on pourra prendre les 16 ou 17 premières raies en termes d'amplitude.

8.10 Interpolation

La mesure systématique des noyaux pour toute fréquence ou tout multiplet de fréquences n'est pas envisageable en pratique. Comme ces mesures ne couvrent pas l'ensemble des combinaisons de fréquences possibles, il faut déterminer par interpolation la valeur des noyaux entre les points de mesure. Cette interpolation ne peut être réalisée en temps réel sur la carte, car cela demanderait trop de temps de calcul. Elle doit donc être effectuée à l'avance, au moment de la création de la liste des coefficients qui seront transmis au programme DSP.

Les mesures devront couvrir la bande utile de manière homogène et en densité suffisante. Pour les points des noyaux situés entre ceux de mesure, il faut effectuer une interpolation. La méthode la plus précise, quel que soit l'ordre, consiste à déterminer la valeur en un

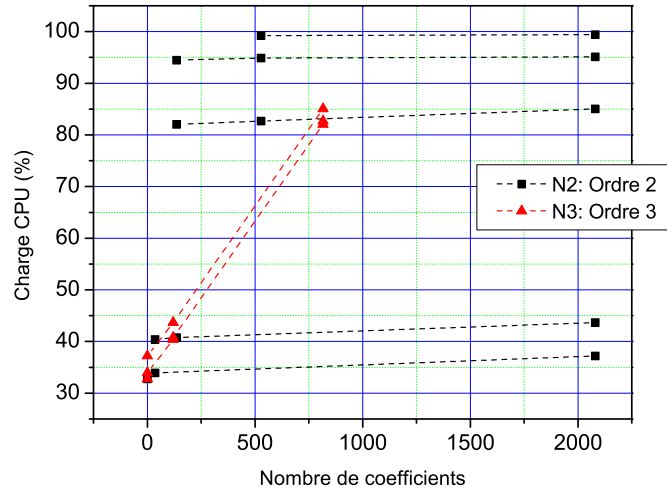


FIG. 8.9: Charge du CPU en fonction du nombre de coefficients N_2 et de N_3 . Lorsque l'un des paramètres varie, l'autre reste fixe. Les différentes droites correspondent aux différentes combinaisons.

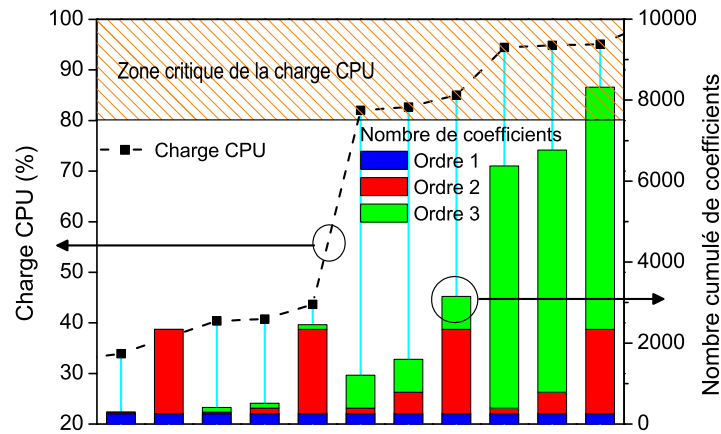


FIG. 8.10: La charge CPU mesurée (échelle de gauche) pour les différentes combinaisons de coefficients testées est représentée conjointement avec le nombre cumulé de coefficients (échelle de droite) aux ordres 1, 2 et 3. La zone hachurée au haut de la courbe représente la zone de charge CPU pour laquelle le fonctionnement correct de l'algorithme de compensation n'est plus assuré, car le DSP est proche de la saturation.

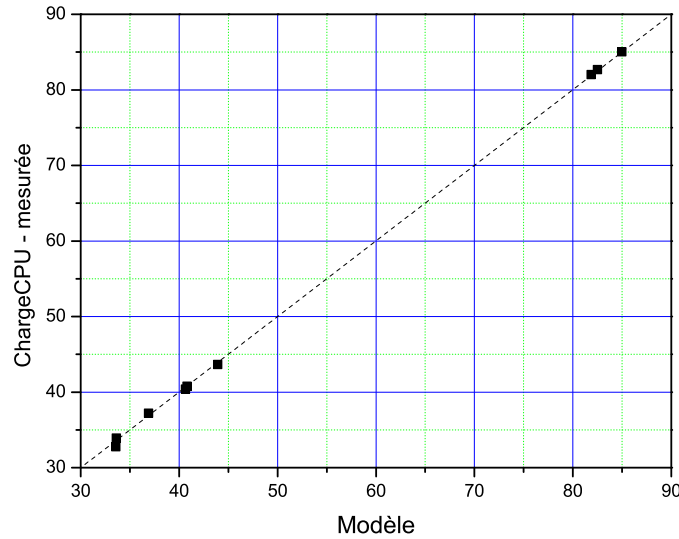


FIG. 8.11: Corrélation entre le modèle et les mesures de la charge du CPU en fonction du nombre de coefficients N_2 et N_3 .

point, en se basant sur celle de ses plus proches voisins. Aux ordres 1, 2 et 3, un point aura 2, 3 et 4 plus proches voisins formant un segment, un triangle ou un tétraèdre autour de lui.

8.10.1 Interpolation linéaire des noyaux

Au premier ordre, pour l'amplitude, la tâche est relativement simple, car on peut se servir d'une interpolation linéaire basée sur les points de fréquence immédiatement supérieure et inférieure, ce qui avait été fait dans le chapitre 7. Une interpolation par courbes de splines est éventuellement envisageable pour obtenir une courbe d'allure plus lisse et plus proche de la courbe réelle.

Pour l'interpolation de la phase, en revanche, un paramètre supplémentaire, défini à 2π près, vient compliquer l'interpolation. Dans le cas de 2 points successifs présentant un écart important au niveau de la phase, il peut se présenter plusieurs possibilités d'interpolation. Un cas typique est un point de mesure à une fréquence de 1000 Hz et présentant une phase nulle. Si le point suivant, à 2000 Hz, a une phase de π , ce qui revient au même qu'une phase de $-\pi$, un point à une fréquence de 1500 Hz est interprété comme ayant une phase de $+\pi/2$ ou de $-\pi/2$. Un tel cas de figure peut survenir lorsque la densité de points est trop faible, notamment aux ordres supérieurs, où le nombre de points de mesure est limité. Il faut donc veiller à disposer d'une densité de points suffisante, et à utiliser des algorithmes

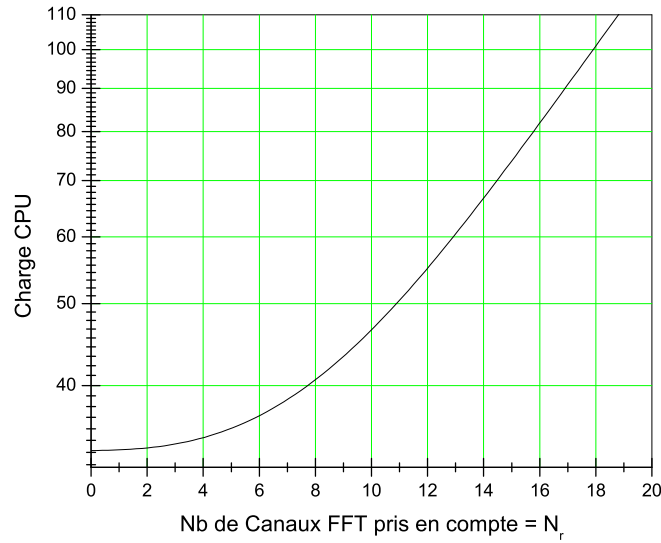


FIG. 8.12: Charge CPU en fonction du nombre N_r de canaux de la FFT pris en compte pour les ordres 2 et 3.

d'interpolation prenant également en compte les points suivants et précédents.

L'interpolation des nombres complexes se basant sur l'amplitude et la phase est toutefois préférable à celle se basant sur la partie réelle et imaginaire, qui conduit à des distorsions des courbes d'amplitude et de phase.

8.10.2 Interpolation dans l'espace à deux dimensions (f_1, f_2)

A l'ordre 2, l'interpolation linéaire n'est plus possible. Si les points de mesure se situent sur une grille régulière, c'est-à-dire si l'on mesure une série de points en faisant varier la fréquence f_1 tandis que f_2 est fixe, on peut néanmoins effectuer successivement l'interpolation suivant f_1 , puis suivant f_2 . Cette méthode est cependant très contraignante au niveau du choix des fréquences et ne donne pas de résultats satisfaisants.

Il existe une solution élégante, efficace et précise, désignée par le terme de triangulation de Delaunay [28], très utilisée en cartographie et en géologie, où il s'agit de déterminer l'altitude Z de tout point de la carte en fonction de ses coordonnées X et Y , d'après un ensemble non régulier de points de mesure. Dans notre cas, X et Y représenteront les fréquences f_1 et f_2 , tandis que Z correspondra à l'amplitude ou à la phase, selon la grandeur que l'on souhaite déterminer.

8.10.3 Interpolation dans l'espace à trois dimensions (f_1, f_2, f_3)

A l'ordre 3, la méthode de triangulation peut être étendue de même, en générant des tétraèdres dans l'espace (f_1, f_2, f_3) en lieu et place des triangles du plan (f_1, f_2). L'interpolation d'un point $M(f_1, f_2, f_3)$ se fait alors en fonction des 4 sommets A, B, C et D du tétraèdre qui le contient.

8.11 Résultats de la compensation en temps réel

Le dispositif expérimental utilisé pour mesurer les performances de la compensation en temps réel ou en temps différé est représenté par le schéma de montage de la figure 8.13.

La figure 8.14 donne le taux de distorsion harmonique total mesuré en fonction de la fréquence de l'excitation, avec et sans compensation. On peut y comparer les performances de la compensation en temps différé et en temps réel.

Dans les deux cas, on constate une nette réduction de la distorsion harmonique totale.

La compensation en temps différé est meilleure que celle en temps réel, car elle n'est pas limitée par les contraintes technologiques du DSP ni surtout par celles du codec audio. Ces contraintes concernent notamment la taille de la FFT et la précision des calculs. En temps différé, ceux-ci sont exécutés en virgule flottante sur 32 bits et l'on travaille directement sur le spectre (la FFT n'est pas nécessaire) de l'excitation que l'on veut appliquer. En temps réel, le système à DSP traite une modulation audio, dont il faut calculer le spectre complexe avant d'appliquer les coefficients des différents noyaux. Le nombre de coefficients d'ordres 2 et 3 étant limité, on doit effectuer des compromis, qui se répercutent sur les résultats mesurés.

De plus, comme la carte n'a pas de filtre de garde, surviennent dès 4 kHz des composantes "repliées", qui faussent la mesure. On a néanmoins jugé utile, malgré cet inconvénient, de mesurer au-delà de 4 kHz.

Une mesure de distorsion harmonique a été faite avec une excitation par pas de 100 Hz de 1960 Hz à 2900 Hz. Pour extraire les résultats, on a travaillé sur le spectre, ce qui a permis d'éliminer les composantes repliées. Les taux de distorsion harmonique d'ordre 2, 3 et total ont été mesurés avec et sans compensation (Fig. 8.15).

Des mesures de distorsion d'intermodulation sans puis avec compensation ont également été effectuées. Les excitations comportaient les fréquences 2200 Hz et 2750 Hz, ce qui représente une tierce majeure juste, et 2200 Hz et 2770 Hz, qui elles, sont une tierce majeure tempérée. Le but de cette mesure n'était pas de quantifier la distorsion d'intermodulation, mais de mettre en évidence l'influence de la compensation sur les produits d'intermodulation. La comparaison des spectres des figures 8.16 et 8.17 permet d'observer une diminution des produits d'intermodulation avec la compensation. La différence de ni-

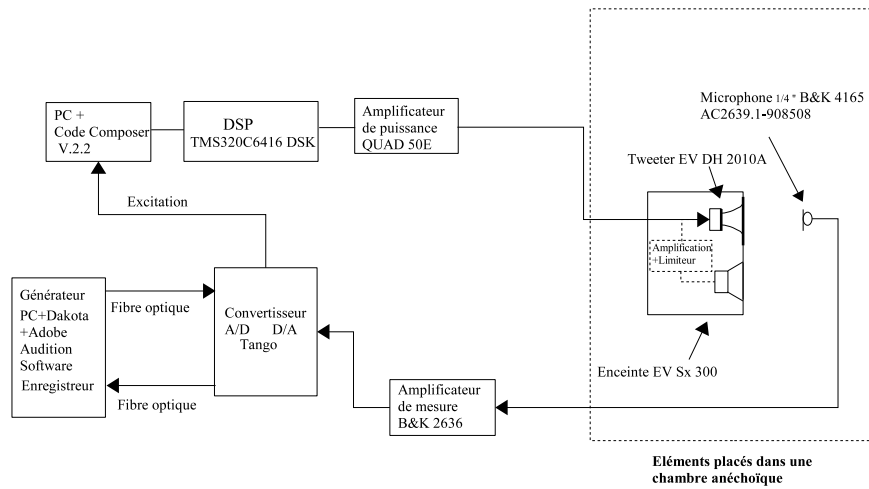


FIG. 8.13: Schéma de montage du démonstrateur en vue de mesurer ces performances.

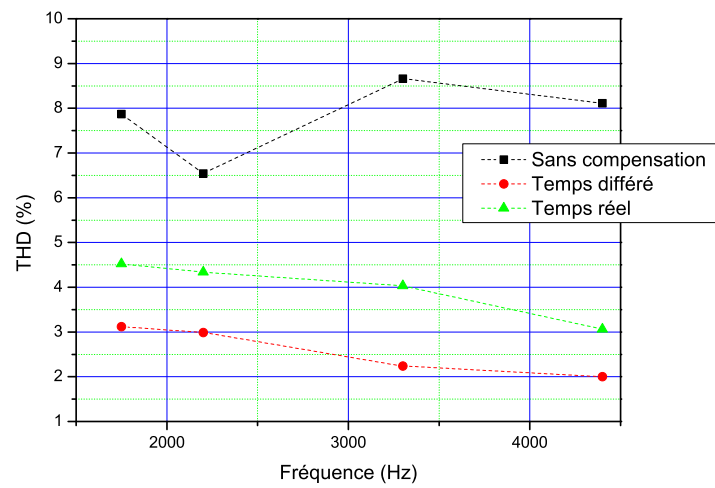


FIG. 8.14: Résultats de la compensation en temps réel à quelques fréquences. Comparaison avec les mesures de THD sans puis avec compensation, en temps différé et en temps réel.

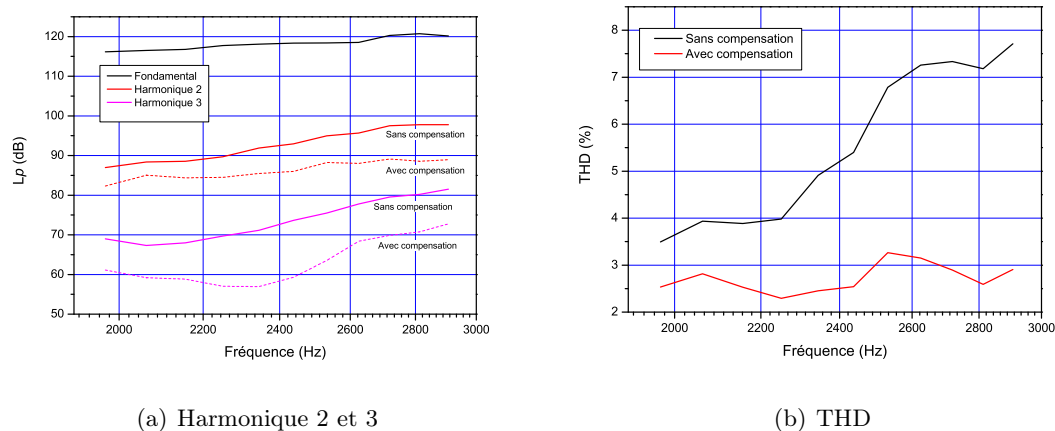


FIG. 8.15: Taux de distorsion harmonique d'ordre 2, 3 et total, pour une excitation par pas de 100 Hz de 1960 Hz à 2900 Hz en temps réel, sans puis avec compensation.

veaux des fréquences d'intermodulation est dû à une interpolation insuffisante dans cette bande de fréquence. Ce problème a été réglé depuis.

8.12 Améliorations matérielles et exigences

Dans sa version actuelle, les performances du programme réalisé sont limitées par la configuration matérielle. Plusieurs paramètres entrent en ligne de compte et leur modification permettrait d'obtenir des résultats sensiblement meilleurs.

8.12.1 Capacités des mémoires

La mémoire est organisée en plusieurs niveaux.

- La mémoire cache de niveau 1 (L1D et L1P) est la plus rapide, car elle est implémentée dans le CPU, avec un accès direct, mais elle a une taille limitée à 128 kB. Un système à DSP offrant un cache de niveau 1 de plus grande capacité permettrait de traiter les opérations répétitives sur les coefficients de manière plus rapide.
- La mémoire cache de niveau 2 (L2) a généralement une taille beaucoup plus grande. Les performances en termes de vitesse ou de débit sont inférieures à celles du cache L1, mais restent suffisantes pour le stockage et la manipulation des données utilisées de manière non répétitive. L'accès à chaque coefficient étant unique pour chaque trame, ils devraient être stockés à cet endroit. Cette mémoire doit donc offrir un accès plus rapide. Au niveau de la taille, pour les coefficients C_1 à C_3 , 512 kB sont suffisants en stockant les coefficients avec une résolution de 16 bits. La carte utilisée possédant un

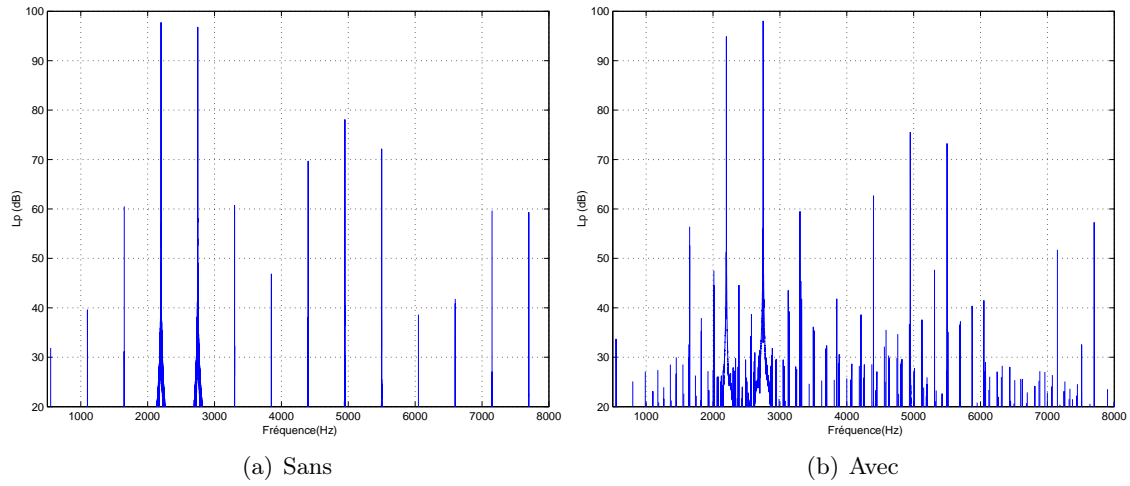


FIG. 8.16: Produits de distorsion pour une excitation de deux composantes de 2200 Hz et 2750 Hz.

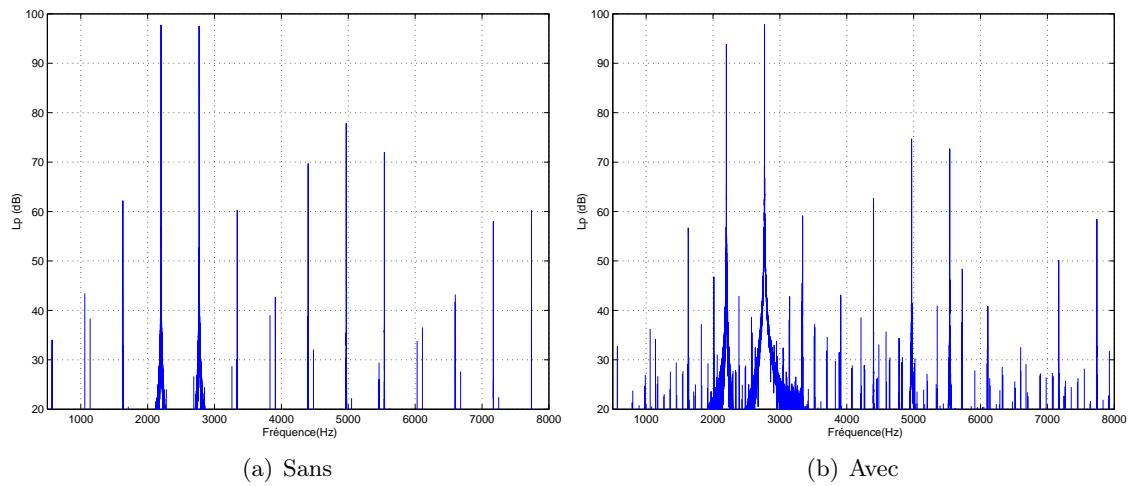


FIG. 8.17: Produits de distorsion pour une excitation de deux composantes de 2200 Hz et 2770 Hz.

cache L2 de 1MB, il serait éventuellement possible de coder les coefficients sur 32 bits. Cependant, si l'on souhaite augmenter la taille du buffer de la FFT, pour en accroître la résolution, le nombre de coefficients augmentera en conséquence, et il faudra utiliser un système proposant un cache L2 de capacité plus grande.

- Les mémoires Flash et externes sont surtout utiles pour contenir des données en grandes quantités mais qui ne nécessitent pas un accès rapide. Elles ne sont pas adaptées à notre cas.

8.12.2 Vitesse de calcul

Comme on l'a vu, l'exécution des tâches répétitives constitue la partie critique du programme, car elle est réalisée en boucle un très grand nombre de fois. Hormis une optimisation de cette partie du programme par une réécriture du code en assembleur, il n'existe pas de moyen logiciel de gagner en performance.

Des moyens matériels existent en revanche. L'un consiste à choisir un DSP cadencé à une fréquence plus élevée ; le second, à utiliser une architecture optimisée, permettant un nombre d'opérations à la seconde plus élevé.

8.13 Cahier des charges d'un DSP plus performant

Les possibilités d'améliorations logicielles étant minimales, une meilleure solution matérielle s'impose. Le cahier des charges d'une carte idéale est donc proposé et un exemple d'architecture optimale est donné à la figure 8.18.

- L'architecture de la carte est primordiale pour atteindre des performances élevées. Comme nous faisons un usage intensif de très longues boucles de traitement, comprenant des multiplications de nombres complexes, la vitesse de traitement de la carte est limitée par la nécessité d'attendre qu'un processus soit terminé avant d'enchaîner le suivant. Ici, le processus est le traitement d'une trame. On peut multiplier le débit de calcul par un facteur quatre, en effectuant le traitement en parallèle de quatre ensembles de données, décalées dans le temps les unes par rapport aux autres pour conserver un débit constant. Cette parallélisation apparaît sur le graphique comme un ensemble de quatre DSP synchronisés par un contrôleur.
- Un second moyen est d'améliorer individuellement les performances de chacune de ces unités de calcul. Une consultation des descriptifs des principaux fabricants de DSP suffit à constater que des architectures optimisées pour ce type de traitement répétitif existent. Il est notamment fait mention d'architectures permettant de réaliser deux fois plus de multiplications en un cycle d'horloge. Une telle approche est à envisager, qui permettrait de diviser le temps de calcul par huit – on travaillerait donc avec huit fois plus de coefficients.

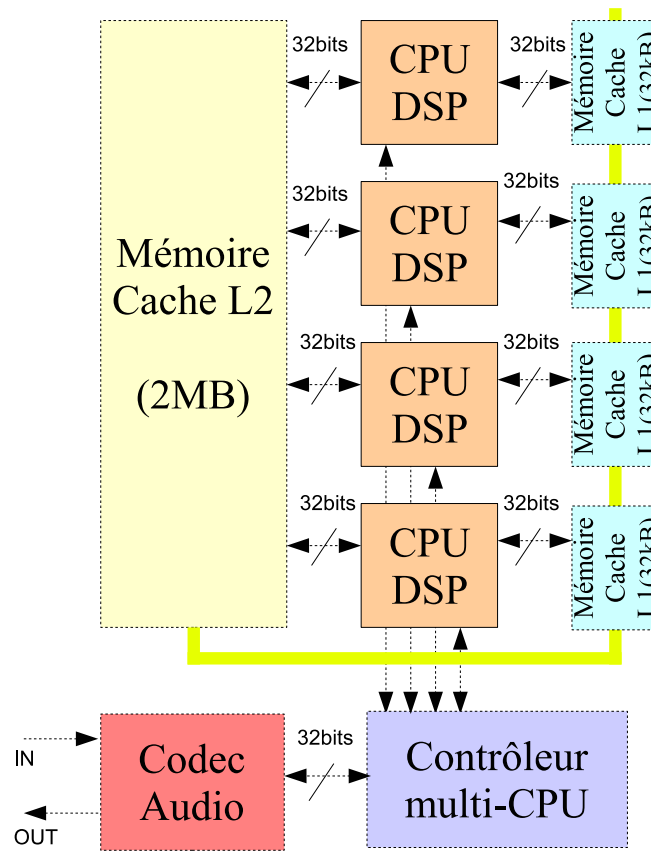


FIG. 8.18: Proposition d'une architecture optimale pour l'implémentation de la méthode de compensation.

- L'usage d'une mémoire cache de premier niveau par DSP est indispensable pour ne pas générer de conflit ou de ralentissement. La taille de cette mémoire n'est pas critique, mais elle doit être performante en termes de temps d'accès et d'écriture.
- La mémoire de type L2 peut, quant à elle, être commune à l'ensemble des CPUs. Chaque processus ira chercher successivement les coefficients. Un gestionnaire de mémoire adapté doit être implémenté, pour synchroniser les accès sans pertes de performance. On peut par exemple penser à un transfert par blocs de coefficients, successivement aux quatre mémoires caches L1.

8.13.1 Proposition

Deux alternatives s'offrent :

8.13 *Cahier des charges d'un DSP plus performant*

1. Mettre en œuvre la carte Quad TMS320C6416 de Lyrtech (voir document Lyrtec), qui associe la puissance de quatre CPUs TMS320C6416 de Texas Instruments sur une même carte, permettant d'augmenter les performances. Elle répond à quasiment toutes les exigences du cahier des charges.
2. Utiliser une carte DSP dont le processeur présente une fréquence de fonctionnement supérieure, par exemple la carte TMS320C6455 de Texas Instruments, mise sur le marché fin juillet 2005. Elle offre une fréquence de fonctionnement élevée à 1 GHz, au lieu des 600 MHz de la carte actuelle. De plus, son architecture a été optimisée et permet de doubler les performances lors de multiplications. Enfin, le jeu d'instructions a été élargi, afin d'améliorer les performances des calculs des FFT et FFT inverses.

9 Conclusion et perspectives

La caractérisation et la compensation des non-linéarités des transducteurs électroacoustiques d'émission – notamment des haut-parleurs à pavillon – constituent le double enjeu de cette thèse.

Après avoir montré les insuffisances des méthodes classiques, j'ai développé une méthode de caractérisation par les noyaux de Volterra. Un dispositif électroacoustique est alors caractérisé par ses noyaux, que l'on a obtenus à l'aide d'une procédure expérimentale.

En vue de caractériser des prototypes de microphones, ce qui nécessitait des niveaux de pression acoustique élevés, avec une grande pureté spectrale, j'ai développé une méthode de compensation des non-linéarités des systèmes haut-parleurs à pavillon.

Elle est basée sur les propriétés de deux systèmes non linéaires en cascade : le premier est celui de compensation ; le second, celui dont on veut compenser les non-linéarités. En écrivant que leur cascade doit être linéaire, on détermine les noyaux de Volterra du premier à partir de ceux du second.

J'ai appliqué la compensation en implantant numériquement les noyaux trouvés sur un calculateur pour le temps différé, dans un DSP, pour le temps réel, ce qui m'a permis de démontrer la faisabilité et l'efficacité de la méthode.

Dans le cadre d'une collaboration avec une industrie locale, j'ai réalisé un démonstrateur en temps réel appliquant la méthode de compensation à un haut-parleur à pavillon et implémenté sur un kit de développement DSP.

La méthode de compensation que je propose constitue une démarche originale. Elle forme avec la méthode de caractérisation, un ensemble complet qui permet d'appliquer à n'importe quel dispositif faiblement non-linéaire des corrections permettant de réduire les effets des non-linéarités.

Concernant les améliorations de la méthode elle-même, je propose une mesure des noyaux utilisant un maillage adaptif. Elle consisterait à mesurer en premier lieu les noyaux en un nombre prédéfini de points, équitablement répartis sur l'ensemble de la bande utile planifiée, puis d'ajouter des points dans les zones où le gradient des noyaux est élevé, afin d'accroître la précision de ces zones.

Ce principe de maillage adaptif est couramment utilisé dans les outils de simulation en 1, 2 ou 3 dimensions et a prouvé son efficacité.

9 Conclusion et perspectives

On pourrait dans ce dernier cas réaliser un système totalement adaptable à un nouveau matériel ou environnement, comportant une phase d'apprentissage au cours de laquelle serait faite l'acquisition des noyaux. Ces derniers seraient alors directement convertis en coefficients nécessaires à la compensation.

La suite logique de mes travaux est bien sur l'application de la méthode de compensation aux haut-parleurs à rayonnement direct. Mais beaucoup d'efforts sont actuellement consacrés à la linéarisation des processus mis en jeu par des moyens technologiques spécifiques. Aussi ces dernières années, les effets non linéaires ont-ils été considérablement réduits.

Un haut-parleur est un dispositif non-autonome, si bien que le problème est de connaître la dérive de ses noyaux de Volterra et ses conséquences sur la compensation.

Il s'agit à ce jour d'envisager la nécessité de contrôler la compensation en fonction de l'évolution de l'état du haut-parleur, par exemple de la température de sa bobine. S'attaquer à ces phénomènes est le défi que l'on peut maintenant envisager de relever sur la base des acquis de cette thèse.

Annexes

A Banc de mesure

La caractérisation expérimentale des haut-parleurs et les diverses mesures effectuées dans le cadre de ce travail de thèse ont nécessité des outils de mesure performants et fiables. Le matériel employé et les configurations requises pour les différentes mesures sont présentés dans les sections suivantes.

A.1 Configuration matérielle de base

L'organe principal du banc de mesure est un système d'acquisition DAKOTA implanté sous la forme d'une carte d'extension dans un PC d'instrumentation. Sa fréquence d'échantillonnage est de 48 kHz, avec une quantification sur 32 bits. Elle est connectée par liaison optique bidirectionnelle à un convertisseur Analogique/Numérique-Numérique/Analogique TANGO 24-Frontier. Celui-ci dispose de 16 entrées et de 16 sorties analogiques équipées de connectique de type XLR.

Cet équipement permet la génération, la lecture et le contrôle des excitations (sinus, bruit blanc, bruit rose, etc.), ainsi que l'acquisition des réponses (pression acoustique, tension, etc.). Le logiciel *Adobe Audition 1.0* a été utilisé pour la lecture des excitations et l'acquisition des réponses des systèmes mesurés.

A cette configuration viennent s'ajouter d'autres appareils dédiés à des fonctions diverses tel qu'un amplificateur à PLL pour le mesurage des calages temporels. La reproduction des excitations et l'acquisition des réponses ont en outre nécessité des haut-parleurs, des microphones, amplificateurs de puissance pour piloter le haut-parleur et de mesure pour l'acquisition.

A.2 Configuration logicielle

La procédure expérimentale de caractérisation comporte deux phases, correspondant aux mesures de la réponse du haut-parleur à une excitation donnée et à l'analyse de ces résultats. L'outil de développement *Borland Delphi 7* a été utilisé pour développer un logiciel chargé de la génération des excitations, de l'extraction des noyaux de Volterra à partir des réponses enregistrées, de l'interpolation des noyaux, de leur inversion et de la génération de l'excitation de compensation. Le logiciel *Matlab* a été utilisé comme interface graphique pour valider la méthode de compensation des non-linéarités.

La longueur des enregistrements dépend de l'ordre des noyaux et du nombre de points que l'on souhaite mesurer. Avec une durée de quelques seconde par excitation – même

A Banc de mesure

ordre, même multiplet de fréquence –, on parvient à des temps de mesure de l'ordre de la minute pour l'ordre 1 et proches de la demi-heure pour une caractérisation à l'ordre 3. Les mesures de compensation du chapitre 7 ont nécessité des temps de mesure plus courts, car seuls les noyaux requis pour la compensation en une fréquence donnée ont été mesurés.

A.3 Banc de mesure relatif à la caractérisation

Les mesures de caractérisation effectuées dans le cadre du chapitre 4 ont nécessité l'utilisation d'une boucle à verrouillage de phase pour la détermination des calages temporels. Le schéma de principe du banc de mesure utilisé est représenté à la figure A.1.

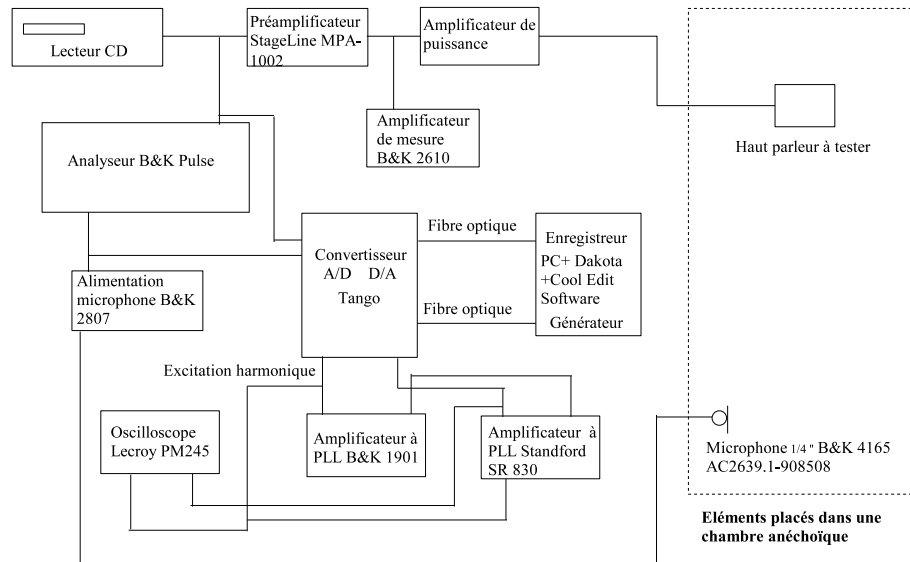


FIG. A.1: Schéma de principe de la campagne de mesurage pour la caractérisation des non-linéarités.

La détermination de la réponse en fréquence du haut-parleur à pavillon nécessite un placement précis et constant du microphone par rapport au haut-parleur, afin de garantir l'exactitude et la constance de la phase d'une mesure à l'autre. Le microphone est monté sur un support dédié, dans l'axe du haut-parleur, et à une distance d de celui-ci. Cette distance sera importante pour la détermination du temps de vol (section 7.3). Le haut-parleur est monté sur une baffle de grandes dimensions, pour se placer dans l'hypothèse du transducteur sur baffle semi-infini. Le dispositif est représenté par la figure A.2.

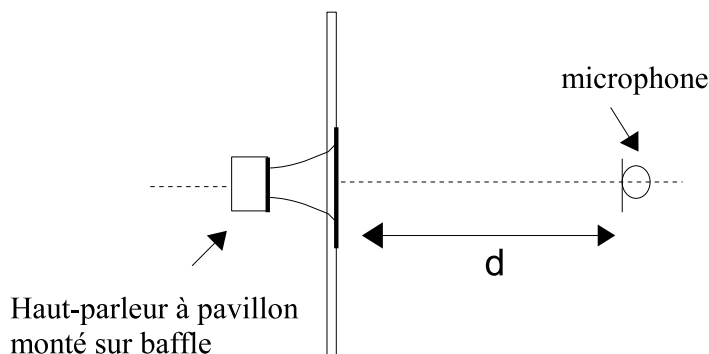


FIG. A.2: Dispositif de mesure des courbes de réponse en amplitude et en phase.

A.4 Banc de mesure des noyaux de Volterra

La détermination expérimentale des noyaux de Volterra (chapitre 6) nécessite la reproduction d'une excitation et l'enregistrement simultané de cette même excitation et de sa réponse. Le banc de mesure représenté à la figure A.3 a été mis en place à cet effet.

A.5 Banc de mesure de la compensation

Le dispositif expérimental utilisé pour mesurer les performances de la méthode de compensation, telle qu'elle a été implémentée dans le chapitre 7, est similaire à celui utilisé pour la mesure des noyaux, à ceci près que l'enregistrement simultané de l'excitation n'est pas requis. Le schéma de principe de la figure A.4 s'en trouve donc simplifié.

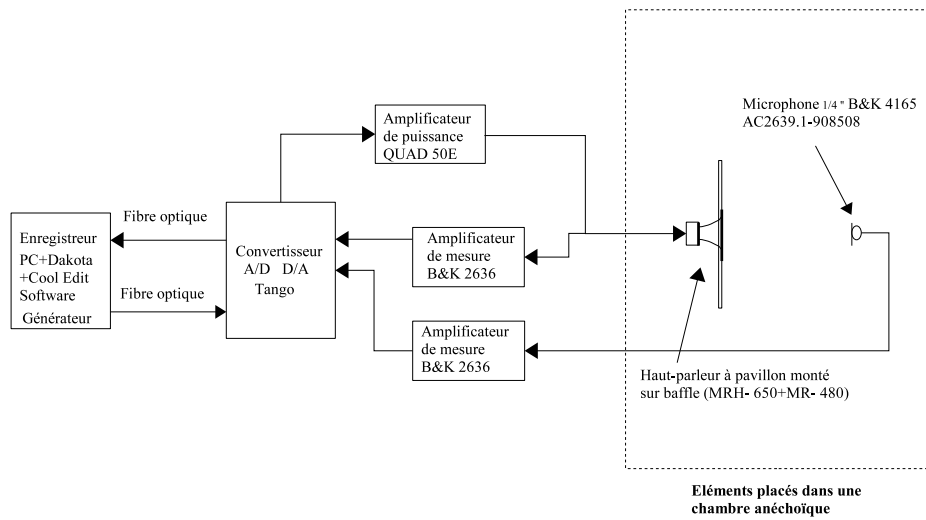


FIG. A.3: Schéma de principe du dispositif expérimental de la campagne de mesurage pour l'acquisition des noyaux de Volterra.

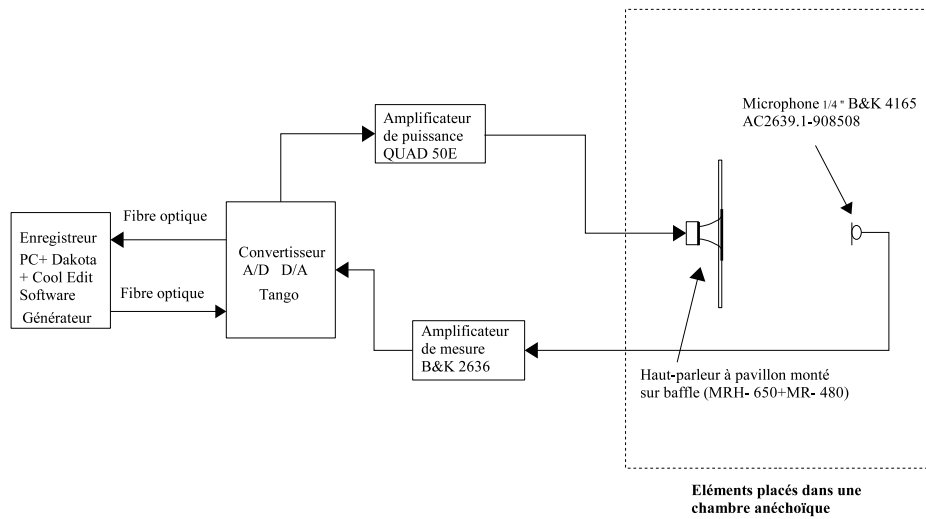


FIG. A.4: Schéma de principe du dispositif expérimental de la mesure de compensation des non-linéarités.

B Séries de Volterra de deux systèmes en cascade

On considère un système composé selon la figure

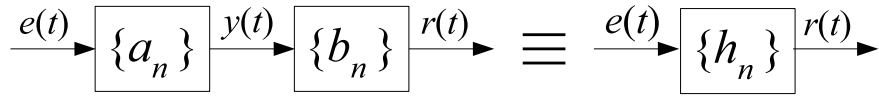


FIG. B.1: Système représenté par les séries de Volterra.

On a

$$r(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \cdots \int_{-\infty}^{+\infty} b_n(\tau_1, \dots, \tau_n) \cdot y(t - \tau_1) \cdots y(t - \tau_n) d\tau_1 \cdots d\tau_n \quad (\text{B.1})$$

$$= \sum_{n=1}^{\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \cdots \int_{-\infty}^{+\infty} b_n(\tau_1, \dots, \tau_n) d\tau_1 \cdots d\tau_n \quad (\text{B.2})$$

$$\begin{aligned} & \cdot \left[\sum_{j_1=1}^{\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \cdots \int_{-\infty}^{+\infty} a_{j_1}(\sigma_{11}, \dots, \sigma_{1_{j_1}}) d\sigma_{11} \cdots d\sigma_{1_{j_1}} \right. \\ & \quad \cdot e(t - \tau_1 - \sigma_{11}) \cdots e(t - \tau_1 - \sigma_{1_{j_1}}) \Big] \\ & \vdots \\ & \cdot \left[\sum_{j_n=1}^{\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \cdots \int_{-\infty}^{+\infty} a_{j_n}(\sigma_{n1}, \dots, \sigma_{n_{j_n}}) d\sigma_{n1} \cdots d\sigma_{n_{j_n}} \right. \\ & \quad \cdot e(t - \tau_n - \sigma_{n1}) \cdots e(t - \tau_n - \sigma_{n_{j_n}}) \Big] \\ & = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{j_1, \dots, j_n=1}^{\infty} I_{n, j_1, \dots, j_n}(t) \end{aligned} \quad (\text{B.3})$$

Où

$$\begin{aligned}
 I_{n,j_1,\dots,j_n}(t) &= \int_{-\infty}^{+\infty} \cdots \int_{-\infty}^{+\infty} b_n(\tau_1, \dots, \tau_n) d\tau_1 \cdots d\tau_n d\sigma_{11} \dots d\sigma_{1j_1} \cdots d\sigma_{nj_n} \\
 &\quad \cdot a_{j_1}(\sigma_{11}, \dots, \sigma_{1j_1}) \cdots a_{j_n}(\sigma_{n1}, \dots, \sigma_{nj_n}) \\
 &\quad \cdot e(t - \tau_1 - \sigma_{11}) \dots e(t - \tau_1 - \sigma_{1j_1}) \cdots e(t - \tau_n - \sigma_{nj_n})
 \end{aligned} \tag{B.4}$$

En réorganisant les sommes, on peut écrire

$$r(t) = \sum_{N=1}^{\infty} \sum_{n=1}^N \sum_{\substack{j_1, \dots, j_n \geq 1 \\ j_1 + \dots + j_n = N}} I_{n,j_1, \dots, j_n}(t) \tag{B.5}$$

Il convient de remplacer les variables d'intégration σ_{ij} dans l'expression B.4 par σ_i définies par

$$\sigma_i = \begin{cases} \tau_1 + \sigma_{1i} & \text{pour } i = 1, \dots, j_1 \\ \tau_2 + \sigma_{2(i-j_1)} & \text{pour } i = j_1 + 1, \dots, j_1 + j_2 \\ \vdots & \\ \tau_n + \sigma_{n(i-j_1-\dots-j_{n-1})} & \text{pour } i = j_1 + \dots + j_{n-1} + 1, \dots, N \end{cases} \tag{B.6}$$

Alors

$$\begin{aligned}
 I_{n,j_1, \dots, j_n}(t) &= \int_{-\infty}^{+\infty} \cdots \int_{-\infty}^{+\infty} b_n(\tau_1, \dots, \tau_n) d\tau_1 \cdots d\tau_n d\sigma_1 \cdots d\sigma_N \\
 &\quad \cdot a_{j_1}(\sigma_1 - \tau_1, \dots, \sigma_{j_1 - \tau_1}) \\
 &\quad \dots \\
 &\quad \cdot a_{j_n}(\sigma_{j_1 + \dots + j_{n-1} + 1} - \tau_n, \dots, \sigma_N - \tau_n) \\
 &\quad \cdot e(t - \sigma_1) \cdots e(t - \sigma_N)
 \end{aligned} \tag{B.7}$$

Et par conséquent

$$\begin{aligned}
 r(t) &= \sum_{N=1}^{\infty} \sum_{n=1}^N \sum_{\substack{j_1, \dots, j_n \geq 1 \\ j_1 + \dots + j_n = N}} \int_{-\infty}^{+\infty} \cdots \int_{-\infty}^{+\infty} d\sigma_1 \cdots d\sigma_N \\
 &\quad \cdot \left[\int_{-\infty}^{+\infty} \cdots \int_{-\infty}^{+\infty} b_n(\tau_1, \dots, \tau_n) d\tau_1 \cdots d\tau_n \right. \\
 &\quad \cdot a_{j_1}(\sigma_1 - \tau_1, \dots, \sigma_{j_1 - \tau_1}) \\
 &\quad \dots \\
 &\quad \cdot a_{j_n}(\sigma_{j_1 + \dots + j_{n-1} + 1} - \tau_n, \dots, \sigma_N - \tau_n) \left. \right] \\
 &\quad \cdot e(t - \sigma_1) \cdots e(t - \sigma_N)
 \end{aligned} \tag{B.8}$$

$$\begin{aligned}
 &\quad \cdot e(t - \sigma_1) \cdots e(t - \sigma_N) \\
 &\tag{B.9}
 \end{aligned}$$

et

$$h_N(\sigma_1, \dots, \sigma_N) = \sum_{n=1}^N \sum_{\substack{j_1, \dots, j_n \geq 1 \\ j_1 + \dots + j_n = N}} \int_{-\infty}^{+\infty} \dots \int_{-\infty}^{+\infty} d\tau_1 \dots d\tau_n \cdot b_n(\tau_1, \dots, \tau_n) \quad (\text{B.10})$$

$$\begin{aligned} & \cdot a_{j_1}(\sigma_1 - \tau_1, \dots, \sigma_{ij} - \tau_1) \\ & \dots \\ & \cdot a_{j_n}(\sigma_{j_1 + \dots + j_{n-1} + 1} - \tau_n, \dots, \sigma_N - \tau_n) \end{aligned} \quad (\text{B.11})$$

On peut montrer que la fonction limitante $\varphi(x)$ de la connexion cascade est donnée par

$$\varphi(x) = \varphi_b(\varphi_a(x)) \quad (\text{B.12})$$

et que

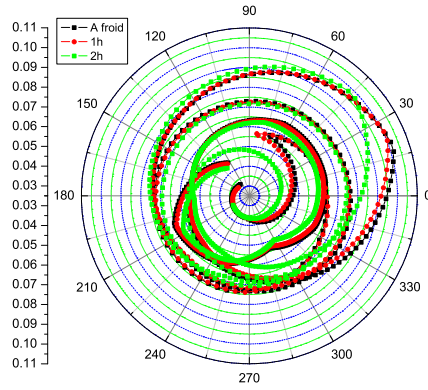
$$\rho = \min\{\rho_a, \varphi_a^{-1}(\varphi_b)\} \quad (\text{B.13})$$

Commentaire

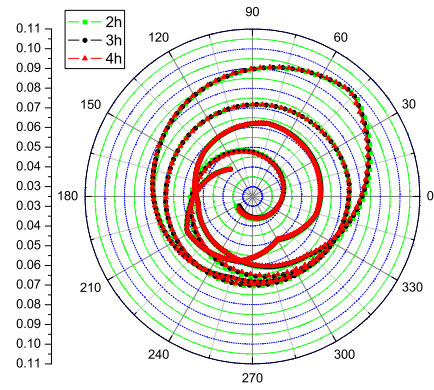
La mise en cascade de systèmes n'est pas une opération commutative pour des systèmes non linéaires. En effet, si l'on change l'ordre des systèmes non linéaires, on n'obtient pas les mêmes noyaux. Par contre, dans le cas de deux ou plusieurs systèmes linéaires consécutifs, leur ordre relatif ne joue pas de rôle.

C Répétabilité de la mesure des noyaux de Volterra

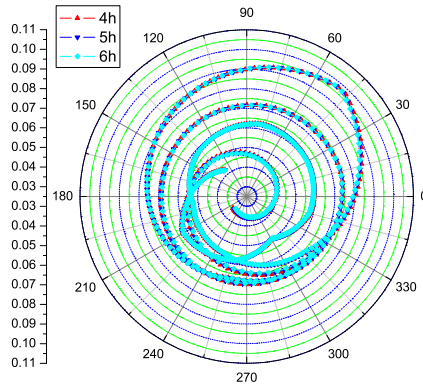
Une mesure des noyaux de Volterra sur une longue période a été présentée dans la section 7.9. Les figures ci-dessous représentent les mesures intermédiaires, pour illustrer l'évolution temporelle des noyaux sur toute la durée de l'expérimentation.



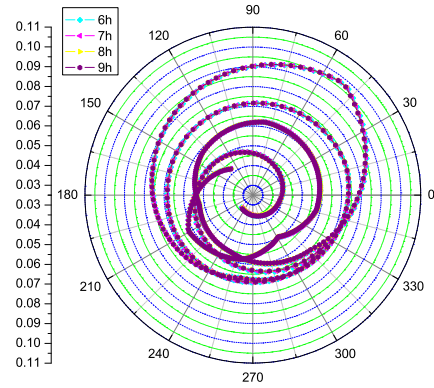
(a) De 0 à 2 heures.



(b) De 2 heures à 4 heures.



(c) De 4 heures à 6 heures.



(d) De 6 heures à 9 heures.

FIG. C.1: Résultats intermédiaires des mesures de noyaux présentés dans la section 7.9

D Validation des outils logiciels

Après avoir testé avec succès la réponse de ces fonctions à des excitations comportant une ou plusieurs composantes, on a procédé à la vérification de l'efficacité de la méthode de compensation. Pour ce faire, une excitation avec une ou plusieurs composantes a été choisie, puis on a déterminé la réponse du système à cette excitation.

Une des fonctions du programme est d'inverser les noyaux de Volterra d'un système A, c'est-à-dire de déterminer les noyaux B qui, cascades aux noyaux du système A, constituent un système linéaire.

On a testé la mise en cascade d'un système connu, et de son inverse, et vérifié que la réponse globale correspondait bien à l'excitation.

D.1 Simulation

Les objectifs de la simulation sont multiples. Il s'agit tout d'abord de simuler le comportement d'un haut-parleur, afin de tester les méthodes de caractérisation et de compensation. De nombreux algorithmes mathématiques et de traitement du signal sont nécessaires à l'exécution du programme. Outre la transformée de Fourier rapide (FFT), il faut vérifier les fonctions qui permettent d'appliquer les coefficients de Volterra aux différents ordres, puis reconstituer la réponse.

D.1.1 Excitations

Pour les besoins de la simulation, on génère, avec le logiciel développé, des excitations diverses. Le nombre, la fréquence, l'amplitude et la phase des composantes sont déterminables individuellement. On peut également générer un bruit blanc.

D.1.2 Modélisation d'une non-linéarité par un modèle mathématique

On peut simuler un phénomène de distorsion à partir d'un modèle mathématique. Afin d'offrir une flexibilité et des possibilités maximales, on a choisi de modéliser la non-linéarité par une fonction polynômiale d'ordre N quelconque. En effet, toute fonction peut être approchée par un polynôme, pour autant que son domaine de définition soit peu étendu, ce qui est le cas d'une fonction décrivant la distorsion introduite par un dispositif faiblement non linéaire.

Une modélisation basée uniquement sur un polynôme est toutefois insuffisante pour effectuer des rapprochements avec le fonctionnement d'un transducteur électroacoustique,

car il intervient uniquement dans le domaine temporel et ne prend pas en compte la dépendance de la fréquence.

Un haut-parleur est caractérisé par une fonction de transfert, dont les caractéristiques principales sont les fréquences de coupure haute et basse. Si l'on reste dans une représentation grossière, on peut donc approcher la fonction de transfert du haut-parleur par un filtre passe-haut et un filtre passe-bas mis en cascade.

D.1.3 Implémentation

La simulation de la réponse a elle aussi été implémentée dans le programme, sous la forme des fonctions de transfert de filtres passe-bas et passe-haut de premier ordre $H_b(j\omega) = \frac{1}{1+j\omega/\omega_b}$ et $H_h(j\omega) = \frac{j\omega/\omega_h}{1+j\omega/\omega_h}$, où ω_b et ω_h sont les pulsations de coupure basse et haute.

Pour la simulation d'un dispositif non linéaire, les coefficients du polynôme et les fréquences de coupure sont demandés. Les filtres, puis le polynôme sont appliqués à l'excitation. Chacun des filtres peut être ou non activé, et l'on dispose également de l'option de couper totalement les fréquences en deçà de la fréquence de coupure basse et au-delà de la fréquence haute (*cut-off filter*).

D.2 Vérification de la caractérisation

On sait déterminer analytiquement les noyaux de Volterra d'un système tel que celui décrit dans la section D.1.2 pour une excitation arbitraire, du moment que l'on connaît sa décomposition spectrale. C'est le cas ici, étant donné que l'excitation est imposée. On choisit l'exemple d'une distorsion d'ordre 2 (polynôme en X^2), suivi d'un filtre passe-bas caractérisé par une fréquence de coupure de 1 kHz.

D.2.1 Vérification de la méthode de compensation

La méthode de compensation reposant sur la détermination des noyaux de Volterra et leur inversion, l'algorithme permettant d'appliquer les propriétés d'un système décrit par des noyaux de Volterra et l'algorithme d'inversion des noyaux requièrent une vérification par simulation. Le premier permet d'effectuer les transformations correspondant aux noyaux. Le second constitue la clé de voûte de la méthode de compensation.

Vérification des noyaux

Pour vérifier la méthode d'application des noyaux, il faut déterminer expérimentalement les noyaux de Volterra d'un dispositif électroacoustique, puis mesurer sa réponse à une excitation donnée. La réponse théorique sera simulée et comparée à la mesure expérimentale. La forme d'onde temporelle ainsi que le spectre en amplitude et en phase doivent impérativement coïncider pour que la méthode soit validée. Cela permet également de confirmer la justesse des noyaux.

Inversion des noyaux

Le principe de l'inversion des noyaux $\{H_n\}$ consiste à déterminer les noyaux $\{K_n\}$ qui, associés en cascade avec $\{H_n\}$, constituent globalement un système linéaire. La vérification de cette inversion s'opère par inversion puis association en cascade des noyaux déterminés expérimentalement et de leurs inverses.

E Interpolation

A partir du nuage des N points mesurés, on génère un maillage en reliant les points entre eux. Ce maillage est optimal si la longueur des facettes est minimale, autrement dit si les formes des facettes se rapprochent d'un triangle équilatéral. Ce critère est vérifié par la triangulation de Delaunay.

Le diagramme de Voronoï [43, 15, 31, 28] consiste en un découpage de l'espace en N polygones convexes définis autour des points de données, tels que chaque polygone contienne exactement un point et que chaque point dans un polygone donné soit plus proche de son point central que tout autre point. La construction d'un tel maillage est illustrée par la figure E.1(a), où l'on distingue les points de mesure, numérotés de 1 à 15, et les segments utilisés pour déterminer les plus proches voisins de chaque point, ainsi que les domaines déjà déterminés. Le diagramme obtenu se nomme diagramme de Voronoï, et est parfois aussi appelé tessellation de Dirichlet. Les cellules sont appelées indifféremment régions de Dirichlet, ou polygones de Voronoï.

La seconde étape est dénommée Triangulation de Delaunay : on parcourt l'ensemble des noeuds pour détecter les régions mitoyennes et donc trouver les segments constituant la triangulation. Une liste des facettes triangulaires est ensuite établie à partir de la liste des segments. Un tel découpage est illustré par la figure E.1(b), correspondant à la tessellation de la figure E.1(a).

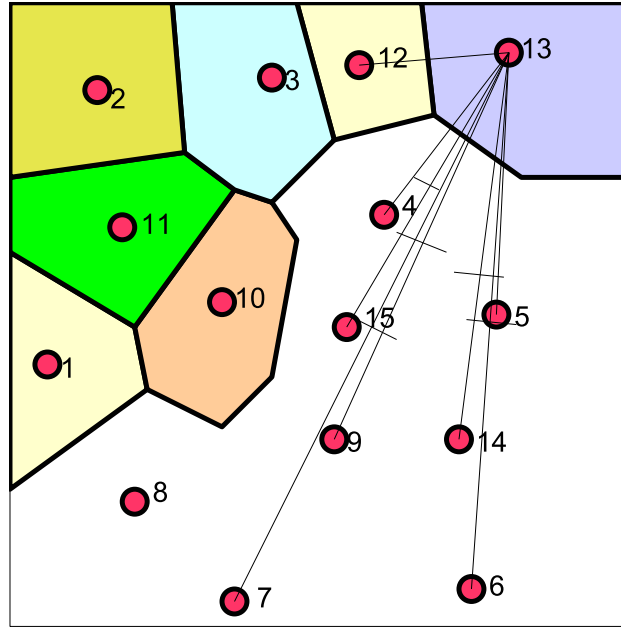
Cette méthode est extrêmement rapide, une fois la triangulation effectuée, car pour chaque point à déterminer, il suffit de parcourir une liste de N triangles et de tester si le point s'y trouve.

Ensuite, le calcul de l'interpolation linéaire est simple. Pour chaque point de la grille à interpoler, il suffit de trouver l'unique triangle le contenant. Si aucune facette n'est trouvée (noeud hors maillage), une constante est affectée à l'altitude du point. Cela revient à résoudre le système à 3 équations et 3 inconnues

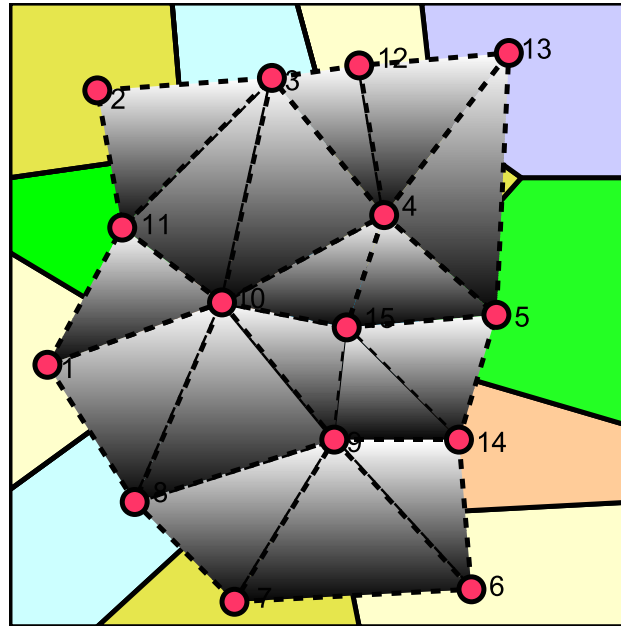
$$Z = a_0 + a_1X + a_2Y \quad (\text{E.1})$$

dont on connaît la valeur en 3 points A , B et C . La résolution de ce système permet de déterminer les coefficients a_0 , a_1 et a_2 .

$$\begin{cases} a_0 &= Z_A - a_1X_A - a_2Y_A \\ a_1 &= \frac{Y_{CA}Z_{BA} - Y_{BA}Z_{CA}}{Y_{BA}X_{CA} - Y_{CA}X_{BA}} \\ a_2 &= \frac{X_{BA}Z_{CA} - X_{CA}Z_{BA}}{Y_{BA}X_{CA} - Y_{CA}X_{BA}} \end{cases} \quad (\text{E.2})$$



(a) Construction de la tessellation de Dirichlet pour un ensemble de 15 points. La construction du domaine correspondant au point 13 est illustrée.



(b) Diagramme de Voronoï, constitué de polygones convexes centrés autour des points de mesure. La triangulation est déduite de la tessellation en analysant les connexions entre les nœuds des cellules.

FIG. E.1: Subdivision du plan en régions de Dirichlet correspondant aux points de mesure et triangulation de Delaunay.

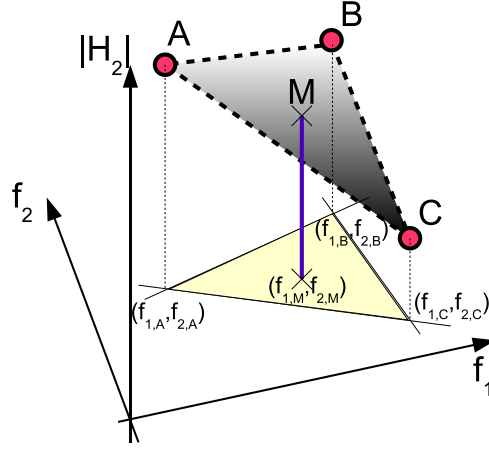


FIG. E.2: Détermination de l'amplitude $H_2(f_{1,M}, f_{2,M})$ d'un point M appartenant au triangle ABC . La valeur du noyau a été mesurée aux points A , B et C .

où la notation Z_A représente la coordonnée Z du point A , et où Z_{CA} représente la différence $Z_C - Z_A$.

On utilise alors les coefficients a_1 et a_2 pour déterminer l'élévation Z_M d'un point M appartenant au triangle ABC :

$$Z_{MA} = a_1 X_{MA} + a_2 Y_{MA} \quad (\text{E.3})$$

La figure E.2 est une illustration de la détermination de l'amplitude du noyau $|H|_2(f_1, f_2)$ en fonction des 3 résultats de mesure les plus proches formant un triangle autour de ce point. Ici, les fréquences f_1 et f_2 se substituent aux coordonnées cartésiennes X et Y , tandis que l'amplitude de $H_2(f_1, f_2)$ se substitue à l'élévation Z . Son interpolation en fonction des plus proches voisins s'effectue à l'aide de l'équation E.3. Le même principe peut être utilisé pour le calcul de la phase de $H_2(f_1, f_2)$.

F Tableaux de mesures de la distorsion harmonique totale

F.1 Mesure du THD en fonction du nombre de noyaux

Fréquence	THD	THD ; H_1, H_2	THD ; H_1, H_2, H_3	THD ; H_1, H_2, H_3, H_4
2000 Hz	6.96 %	4.18 %	4.29 %	4.33 %
3000 Hz	10.76 %	5.49 %	5.49 %	5.56 %
4000 Hz	8.30 %	4.51 %	4.31 %	25 %
5000 Hz	8.85 %	3.99 %	3.96 %	- %
6000 Hz	10.17 %	5.24 %	5.15 %	- %
7000 Hz	9.02 %	5.55 %	5.15 %	- %

TAB. F.1: Taux de distorsion harmonique sans et avec compensation, pour différents nombres de noyaux de Volterra.

F.2 Taux de distorsion de l'amplificateur QUAD 50E

Une mesure de la réponse en tension et de l'image du courant de l'amplificateur QUAD 50E, que nous utilisons pour toutes nos mesures, a été effectuée pour différentes fréquences (Fig. F.1). L'image du courant a été déduite de la mesure de la tension aux bornes d'une résistance connectée à la sortie de l'amplificateur.

Les taux de distorsion harmonique total ont été calculés pour chacune de ces fréquences et les résultats reportés dans le tableau F.2.

Au vu de ces résultats, on peut considérer que la distorsion introduite par l'amplificateur est négligeable, étant donné qu'elle ne dépasse pas 0.3% sur l'ensemble de la gamme pour la mesure en tension et 0.12% pour la mesure de l'image du courant.

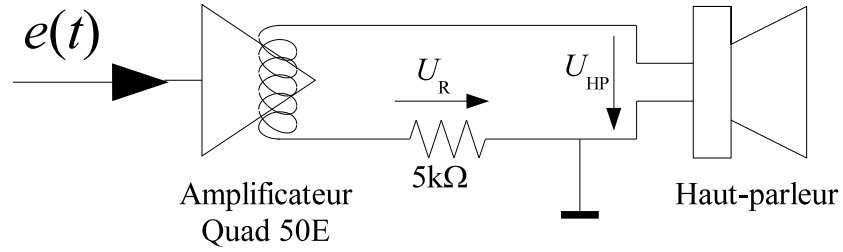


FIG. F.1: Schéma du dispositif expérimental des mesures de THD de l'amplificateur QUAD 50E

Fréquence	THD en tension	THD en courant
1760 Hz	0.19 %	0.09
3300 Hz	0.17 %	0.09
4400 Hz	0.07 %	0.06
5500 Hz	0.27 %	0.12
6050 Hz	0.18 %	0.10
7150 Hz	0.20 %	0.09
7950 Hz	0.23 %	0.11

TAB. F.2: Taux de distorsion harmonique de la tension U_{HP} et de l'image du courant U_R de l'amplificateur QUAD 50E utilisé pour les mesures de noyaux de Volterra pour une tension d'excitation de $\hat{E} = 7V$.

Bibliographie

- [1] W. Appel. *Mathématiques pour la physique et les physiciens*, chapter 10. H&K Editions, 2002.
- [2] David Bell. Applications using the TMS320C6000 enhanced DMA. Application Report SPRA636A, October 2001. Texas Instruments.
- [3] L. Beranek. *Acoustic*, chapter 9. Electrical and Electronic Engineering Series. Graw-Hill, 1954.
- [4] S. Boyd, L. O. Chua, and C. A. Desoer. Analytical Foundations of Volterra Series. In *IMA Journal of Mathematical Control & Information*, pages 243–282, 1984.
- [5] S. Boyd, Y. S. Tang, and L. O. Chua. Measuring Volterra Kernels. *IEEE Transactions on circuits and systems*, 30(8), August 1983.
- [6] R. C. Cabot. Comparison of Nonlinear Distortion Measurement Methods. In *Proc. AES 11th Int. Conf.*, pages 53–65, Portland, USA, May 1992.
- [7] R. Chassaing. *Applications Using C and the TMS320C6x DSK*. Wiley-Interscience, 2002.
- [8] R. Chassaing. *Digital Signal Processing and Applications with the C6713 and C6416 DSK*. Wiley-Interscience, 2005.
- [9] L. O. Chua and Y. Liao. Measuring Volterra Kernels II. *International journal of circuit theory and applications*, 17 :151–190, 1989.
- [10] L. O. Chua and Y. Liao. Measuring Volterra Kernels III : How To Estimate The Highest Significant Order. *International journal of circuit theory and applications*, 19 :189–209, 1991.
- [11] E. Czerwinski, A. Voishvillo, S. Alexendrov, and A. Terekhov. Multitone Testing of Sound System Components - Some Results and Conclusions, Part 2 : Modeling and Application. *Journal of Audio Eng. Soc.*, 49(12), December 2001.
- [12] E. Czerwinski, A. Voishvillo, S. Alexendrov, and A. Terekhov. Multitone Testing of Sound System Components- Some Results and Conclusions, Part 1. *Journal of Audio Eng.Soc.*, 49(11), November 2001.
- [13] J. D’Appolito. *Le Haut-Parleur : Manipulations et mesures électro-acoustiques*. Publitronic/Elektor, 1999.
- [14] M. Dejnakarindra and D. Banjerdpongchai. An Algorithm for Computing the Analytical Inverse of the Vandermonde Matrix. In *Proceedings of the third Asian Control Conference*, pages 2051–2054, Shangai, China, July 2000.

Bibliographie

- [15] D. Eppstein. Nearest Neighbors and Voronoi Diagrams. <http://www.ics.uci.edu/~eppstein/junkyard/nn.html>, 2005.
- [16] R. Boite et J. Neirynek. *Théorie des réseaux de Kirchhoff*, volume IV of *Traité d'électricité*. Presses Polytechniques Romandes, 1986.
- [17] W. Frank. Sampling Requirements for Volterra System Identification. *IEEE Signal Processing Letters*, 3(9) :266–268, 1996.
- [18] Walter Frank, Rita Reger, and Ulrich Appel. Loudspeaker Nonlinearities – Analysis and Compensation. In *Conf. Record 26th Asilomar Conference on signals, systems & computers*, pages 756–760, October 1992.
- [19] Walter Frank, Rita Reger, and Ulrich Appel. Realtime Loudspeaker Linearization. In *IEEE Winter Workshop on Nonlinear digital Signal Processing*, January 1993.
- [20] Walter A. Frank. Sampling Requirements for Volterra System Identification. *IEEE Signal Processing Letters*, 3(9), September 1996.
- [21] Walter A. Frank. On the compensation of nonlinear distortions. 2005. <http://cite-seer.ist.psu.edu/236398.html>.
- [22] M. Hasler. Phénomènes non linéaires. Cours de 2^{ème} cycle de la section électricité, chapitre 3, January 1999.
- [23] A. J. M. Kaizer. Modeling of the Nonlinear Response of an Electrodynamic Loudspeaker by Volterra Series Expansion. *Journal of Audio Eng. Soc.*, 35(6), June 1987.
- [24] S. Kinoshita, Y. Kajikawa, and y. Nomura. Adaptive Volterra Filters Using Multi-rate signal Processing and Their Application to Identification of loudspeaker Systems. *Electronics and Communications in Japan, Part 3*, 87(7), 2004.
- [25] Wolfgang Klippel. Dynamic Measurement and Interpretation of the Nonlinear Parameters of Electrodynamic Loudspeaker. *Journal of Audio Eng. Soc.*, 38(12), December 1990.
- [26] Wolfgang Klippel. Nonlinear Large-Signal Behaviour of Electrodynamic Loudspeakers at Low Frequencies. *Journal of Audio Eng. Soc.*, 40(6), June 1992.
- [27] Wolfgang Klippel. The mirror Filter – A New basis for Reducing Nonlinear Distortion and Equalization Response in Woofer Systems. *Journal of Audio Eng. Soc.*, 40(9), September 1992.
- [28] N/A. Tessellation de Dirichlet, polygones de Thiessen ou diagramme de Voronoï. <http://plante.scg.ulaval.ca/MNT/Voronoi.html>, 2005.
- [29] Yasuo Nomura and Yoshinobu Kajikawa. An Elimination Method of the Nonlinear Distortion in Frequency Domain by the Volterra Filter. In *Nonlinear Signal and Image Processing (NISPO1)*, Baltimore, MD, USA, June 2001.
- [30] Numerical Recipes Softwares. *Numerical Recipes in C*. Cambridge University Press, 1992.
- [31] G. Petrie and T.J.M. Kennie. *Terrain modelling in surveying and civil engineering*. Whittles Publishing, 1990.

- [32] P. Robert. *Matériaux de l'électrotechnique*, volume II of *Traité d'électricité*. Presses Polytechniques Romandes, 1989.
- [33] M. Rossi. *Électroacoustique*, volume XXI of *Traité d'électricité*. Presses Polytechniques Romandes, 1986.
- [34] M. Schetzen. *The Volterra and Wiener theories of nonlinear systems*. Wiley-Interscience Publication, 1980.
- [35] H. Schurer, C. H. Slump, and O. E. Herrmann. Theoretical and Experimental Comparison of Three Methods for Compensation of Electrodynamic Transducer Nonlinearity. *Journal of Audio Eng. Soc.*, 46(9), September 1998.
- [36] R. H. Small. Total Diffrence Frequency Measurements. In *Proc. AES 75th Convention*, page 2078, Paris, France, March 1984.
- [37] Steven W. Smith. *The Scientist and Engineer's Guide to Digital Signal Processing*, chapter 18. California Technical Publishing, 1997.
- [38] A. Stenger and R. Rabenstein. Adaptive Volterra Filters For Nonlinear Acoustic Echo Cancellation. In *Proc. NSIP'99 (Nonlinear Signal and Image Processing)*, Antalya, Turkey, June 1999.
- [39] A. Stenger, L. Trautmann, and R. Rabenstein. Nonlinear Acoustic Echo Cancellation With 2nd Order Adaptive Volterra Filters. In *IEEE Int. Conf. on acoustics, speech & Signal Processing (ICASSP)*, Phoenix, USA, March 1999.
- [40] Texas Instruments. Signal Processing Examples Using TMS320C64x Digital Signal Processing Library (DSPLIB). Application Report SPRA884A.
- [41] Texas Instruments. TMS320C6000 Optimizing Compiler User's Guide. Literature Number : SPRU187K, October 2002.
- [42] Texas Instruments. TMS320C6000 Programmer's Guide. Literature Number : SPRU198G, August 2002.
- [43] G. Voronoi. Nouvelles applications des paramètres continus à la théorie des formes quadratiques. *Journal für die Reine und Angewandte Mathematik*, 133 :97–178, 1908.

Index

- Autonome, autonomie, 1
- Bande passante, 64
- Calage temporel, 18, 27, 33–36, 38, 39
- Caractérisation, v, 1–4, 11, 27, 28, 34, 41, 57, 58, 62, 63, 72, 94, 121, 125, 126, 136
- Compensation, 2, 4, 57, 71, 72, 75, 78, 81, 82, 86, 88, 90, 95
- Conforme, conformité, 4–6
- Confusion de fréquences, 63
- Distorsion
 - harmonique, 2, 11, 15, 27, 41, 51
 - harmonique totale (taux de), 15, 23, 88–90, 94, 143
 - linéaire, 2, 4, 82
 - non linéaire, 27, 28, 30, 34
 - produit de, 27, 28, 30, 36, 41
- Domaine fréquentiel, 28, 45, 46, 50, 64, 67, 97, 99, 106
- Domaine temporel, 43, 44, 48, 49, 66, 81, 97, 102, 136
- DSP, v, 1, 4, 96, 97, 99, 102, 107–110, 113, 115, 117–119, 121
- Décalage temporel, 5, 22, 33, 35, 39
- Echelon unité, 44, 49
- Electrodynamique (haut-parleur), 36
- Facteur de crête, 33
- FFT (transformée de Fourier rapide), 14, 67, 68, 97, 99, 102, 103, 107–109, 113, 117, 119, 135
- Fonction de transfert, 2, 5, 11, 41, 43, 46, 49, 69, 81, 136
- Fourier, transformée de, 5
- Fréquence d'échantillonnage, 58, 59, 64, 65, 68, 84, 96, 100, 103, 125
- Harmonique
 - excitation, v, 1
- Intermodulation, 2, 11, 16, 17, 23, 24, 27, 51, 91, 94
- Intermodulation, produits d', 16, 17, 20, 51–55, 91–93
- Interpolation, 62, 80, 83, 109, 125, 139
- Invariance temporelle, 5, 11, 76
- Inversion, 2, 3, 57, 75, 78–81
- Laplace, transformée de, 45
- Linéaire, linéarité, 1, 4, 5, 48, 63
- Lissajous (courbe de), 6, 27, 30, 32, 33, 36, 40
- Multilinéarité, 45
- Multiton, 3, 11, 17–19, 27, 28, 41, 57, 63, 64
- Mémoire, 48
- Non autonome, non-autonomie, 2, 33
- Non conforme, non-conformité, 2, 4, 8, 9, 11, 21
- Non linéaire, non-linéarité, v, 1–4, 11, 12, 16, 20, 21, 27, 28, 33, 43, 48, 57, 63, 65, 66, 71, 72, 75, 90, 95
- Non stationnaire, non-stationarité, 27
- Pavillon, haut-parleur à, v, 1, 71, 75, 76, 88, 95
- Piezocéramique (haut-parleur), 36

Index

- Ping-Pong (technique), 99
- PLL, 33
- Retard, 6, 7, 22, 24, 99
 - de groupe, 7, 8
 - de phase, 7
- Shannon, principe de, 64, 100
- Taylor (développement de, série de), 12,
13, 16, 20, 49, 50
- Temps de calcul, 60–62, 82, 83, 97, 99,
105, 107, 109, 117
- Temps de vol, 3, 72, 76
- Temps différé, v, 1, 95
- Temps réel, 1, 4, 95, 96, 109, 113
- Transition de phase, 62
- Vandermonde (matrice de, 66
- Volterra
 - filtres de, 3
 - noyau de, 3, 41, 43–45, 51, 57–59, 67,
68, 75, 76, 78, 80–82
 - séries de, v, 1, 3, 41, 43, 45, 57

“Le voyage pour moi, ce n’est pas arriver, c’est partir. C’est l’imprévu de la prochaine escale, c’est le désir jamais comblé de connaître sans cesse autre chose, c’est demain, éternellement demain.” **Roland Dorgelès.**

Publications de l'auteur

- O. Meylan, D. Bard. Spécifications et procédure de test pour des actionneurs utilisés dans un système de contrôle actif du bruit d'un réacteur d'avion. *Congrès Français d'Acoustique*, Lille, France, 2002.
- V. Meyer, J-M. Sallese, P. Fazan, D. Bard, F. Pecheux. Modeling the polarization in ferroelectric materials : A novel analytical approach *Solid-State electronics journal*, September 2003.
- D. Bard. Caractérisation des non-linéarités. *Congrès Joint Français d'Acoustique /Deutsche Jahrestagung für Akustik*, Strasbourg, France, march 2004.
- D. Bard. Nonlinearities characterizations *AES 117th Convention*, San Francisco, USA, October 2004.
- D. Bard. Characterization of nonlinearities of electroacoustic devices using Volterra kernels *ICSV12*, Lisbon, Portugal, July 2005
- D. Bard and M. Rossi and M. Del Nobile. Compensation of nonlinearities of horn loudspeakers *AES 119th Convention*, New York, USA, October 2005. Accepted for publication.

Curriculum

Delphine BARD

Née le 22 Juin 1974 à TREVES, Allemagne.

Elle obtient un Bachelor of Engineering (Honourous) in Electrical and Electronic – University of Wales – United Kingdom en (2000).

Elle rejoint le Laboratoire d'Electromagnétisme et d'Acoustique (LEMA) de l'École Polytechnique Fédérale de Lausanne, en tant qu'assistante en septembre 2000.

En juillet 2002, elle débute son doctorat sur le thème des non-linéarités des systèmes haut-parleurs, particulièrement les systèmes à pavillon.

Durant son séjour au LEMA, elle participe à différents projets nationaux et européens, ainsi qu'à des expertises pour tiers, et contribue à l'encadrement des laboratoires, des projets de semestre et de diplôme.

